



Structuration de bases multimédia pour une exploration visuelle

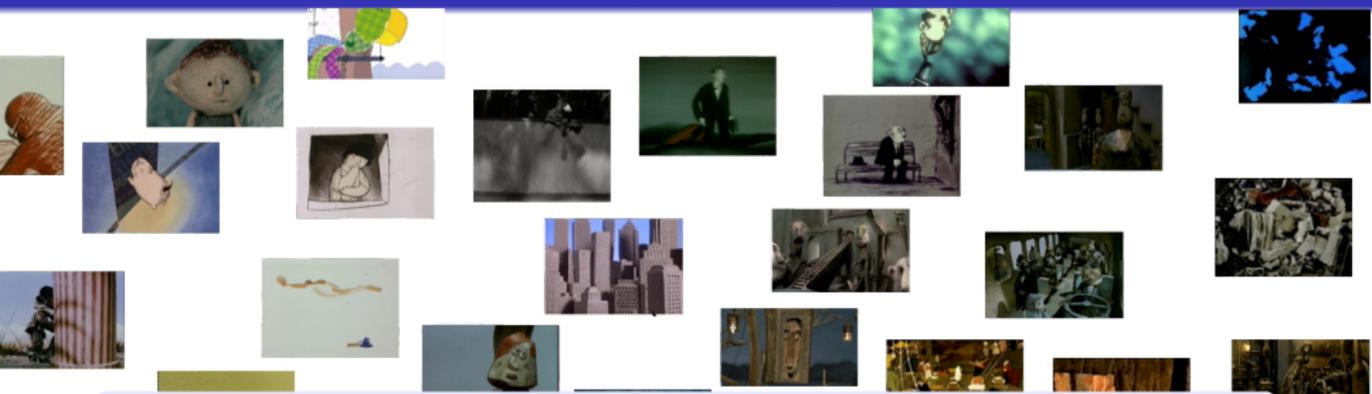
Nicolas VOIRON

LISTIC, Université Savoie Mont Blanc

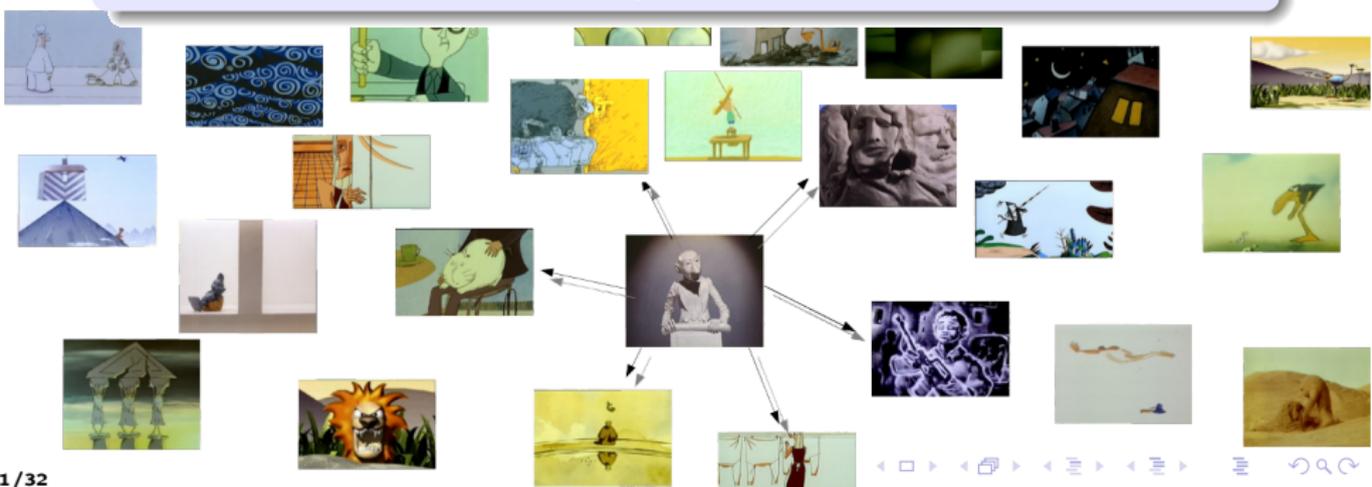
18 Décembre 2015

Directeur de thèse : Patrick LAMBERT
Co-encadrant de thèse : Alexandre BENOIT

Structuration de bases multimédia pour une exploration visuelle



Notre prototype de visualisation

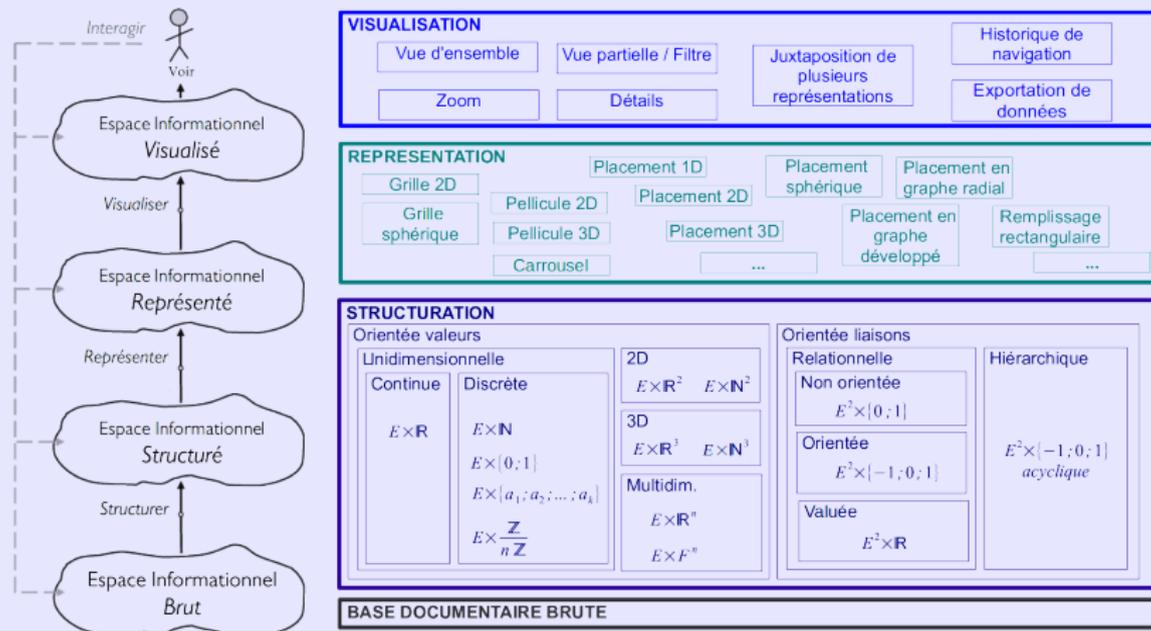


Le sommaire

1. Visualisation et structuration
2. Classification et propagation
3. Propagation et Clustering Spectral
4. Conclusion et perspectives

Notre processus de visualisation

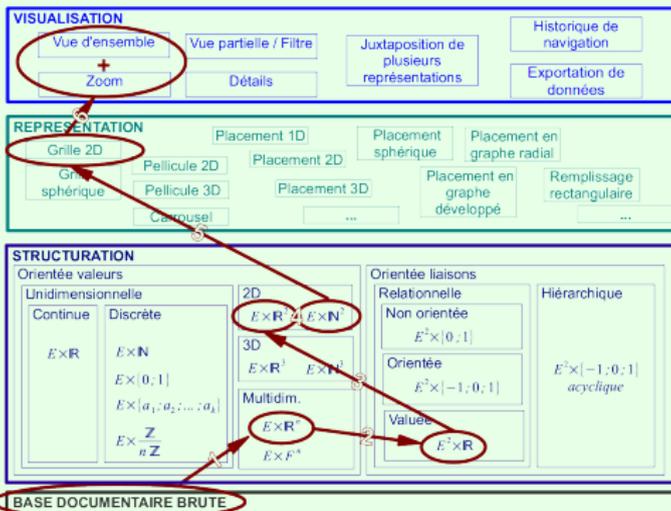
Du processus de cartographie sémantique [Tricot, 2006] à notre processus de visualisation détaillé



Le processus de visualisation

Un exemple de visualisation d'une base d'images [Liu et al, 2004]

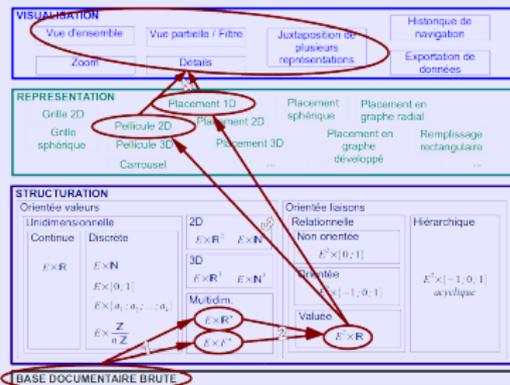
- 1 l'extraction des n descripteurs
- 2 le calcul de la matrice de distance
- 3 une projection bidimensionnelle
- 4 une structuration en grille
- 5 une représentation plane en grille
- 6 une visualisation de type Fish-eye



Une première contribution

Mesures de ressemblances et corrélations - CBMI 2012 [Voiron et al, 2012]

- Des descripteurs de différentes natures (metadonnées et bas-niveau)
- Production d'une mesure de ressemblance automatique grâce à une sélection et fusion de descripteurs basées sur les corrélations de rang
- Méthode automatique et insensible aux ordres de grandeur
- Travail complété par l'élaboration d'une technique originale de classification basée sur les coefficients de corrélation de rang
- Plus de détails dans le mémoire. Importance de la structuration



Importance de la structuration des données

STRUCTURATION

Orientée valeurs

Unidimensionnelle

Continue

$$E \times \mathbb{R}$$

Discrète

$$E \times \mathbb{N}$$

$$E \times \{0; 1\}$$

$$E \times \{a_1; a_2; \dots; a_k\}$$

$$E \times \frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$$

2D

$$E \times \mathbb{R}^2$$

$$E \times \mathbb{N}^2$$

3D

$$E \times \mathbb{R}^3$$

$$E \times \mathbb{N}^3$$

Multidim.

$$E \times \mathbb{R}^n$$

$$E \times F^n$$

Orientée liaisons

Relationnelle

Non orientée

$$E^2 \times \{0; 1\}$$

Orientée

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

Valuée

$$E^2 \times \mathbb{R}$$

Hiérarchique

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

acyclique

- Extraction des descripteurs et fusion de descripteurs
- Construction de dissimilarités, graphes et hiérarchies
- Projection
- Discrétisation
- Classification (hiérarchique)

Importance de la structuration des données

STRUCTURATION

Orientée valeurs

Unidimensionnelle

Continue

$$E \times \mathbb{R}$$

Discrète

$$E \times \mathbb{N}$$

$$E \times \{0; 1\}$$

$$E \times \{a_1; a_2; \dots; a_k\}$$

$$E \times \frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$$

2D

$$E \times \mathbb{R}^2$$

$$E \times \mathbb{N}^2$$

3D

$$E \times \mathbb{R}^3$$

$$E \times \mathbb{N}^3$$

Multidim.

$$E \times \mathbb{R}^n$$

$$E \times F^n$$

Orientée liaisons

Relationnelle

Non orientée

$$E^2 \times \{0; 1\}$$

Orientée

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

Valuée

$$E^2 \times \mathbb{R}$$

Hiérarchique

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

acyclique

- Extraction des descripteurs et fusion de descripteurs
- Construction de dissimilarités, graphes et hiérarchies
- Projection
- Discrétisation
- Classification (hiérarchique)

Importance de la structuration des données

STRUCTURATION

Orientée valeurs

Unidimensionnelle

Continue

$$E \times \mathbb{R}$$

Discrète

$$E \times \mathbb{N}$$

$$E \times \{0; 1\}$$

$$E \times \{a_1; a_2; \dots; a_k\}$$

$$E \times \frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$$

2D

$$E \times \mathbb{R}^2 \quad E \times \mathbb{N}^2$$

3D

$$E \times \mathbb{R}^3 \quad E \times \mathbb{N}^3$$

Multidim.

$$E \times \mathbb{R}^n$$

$$E \times F^n$$

Orientée liaisons

Relationnelle

Non orientée

$$E^2 \times \{0; 1\}$$

Orientée

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

Valuée

$$E^2 \times \mathbb{R}$$

Hiérarchique

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

acyclique

- Extraction des descripteurs et fusion de descripteurs
- Construction de dissimilarités, graphes et hiérarchies
- Projection
- Discrétisation
- Classification (hiérarchique)

Importance de la structuration des données

STRUCTURATION

Orientée valeurs

Unidimensionnelle

Continue

$$E \times \mathbb{R}$$

Discrète

$$E \times \mathbb{N}$$

$$E \times \{0; 1\}$$

$$E \times \{a_1; a_2; \dots; a_k\}$$

$$E \times \frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$$

2D

$$E \times \mathbb{R}^2$$

$$E \times \mathbb{N}^2$$

3D

$$E \times \mathbb{R}^3$$

$$E \times \mathbb{N}^3$$

Multidim.

$$E \times \mathbb{R}^n$$

$$E \times F^n$$

Orientée liaisons

Relationnelle

Non orientée

$$E^2 \times \{0; 1\}$$

Orientée

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

Valuée

$$E^2 \times \mathbb{R}$$

Hiérarchique

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

acyclique

- Extraction des descripteurs et fusion de descripteurs
- Construction de dissimilarités, graphes et hiérarchies
- Projection
- Discrétisation
- Classification (hiérarchique)

Importance de la structuration des données

STRUCTURATION

Orientée valeurs

Unidimensionnelle

Continue

$$E \times \mathbb{R}$$

Discrète

$$E \times \mathbb{N}$$

$$E \times \{0; 1\}$$

$$E \times \{a_1; a_2; \dots; a_k\}$$

$$E \times \frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$$

2D

$$E \times \mathbb{R}^2 \quad E \times \mathbb{N}^2$$

3D

$$E \times \mathbb{R}^3 \quad E \times \mathbb{N}^3$$

Multidim.

$$E \times \mathbb{R}^n$$

$$E \times F^n$$

Orientée liaisons

Relationnelle

Non orientée

$$E^2 \times \{0; 1\}$$

Orientée

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

Valuée

$$E^2 \times \mathbb{R}$$

Hiérarchique

$$E^2 \times \{-1; 0; 1\}$$

acyclique

- Extraction des descripteurs et fusion de descripteurs
- Construction de dissimilarités, graphes et hiérarchies
- Projection
- Discrétisation
- Classification (hiérarchique)

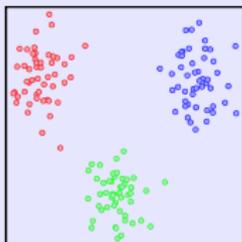
Classification et propagation automatique des contraintes

1. Visualisation et structuration
- 2. Classification et propagation**
3. Propagation et Clustering Spectral
4. Conclusion et perspectives

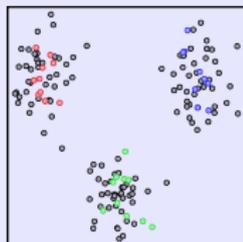
Classification

Type de connaissance	Type de classification	
	en anglais	en français
Totalement étiquetée	Classification	Classification supervisée
Partiellement étiquetée	Semi-supervised classification	Classification semi-supervisée
	Semi-supervised clustering	
Partiellement contrainte	Clustering	Classification automatique
Aucune		

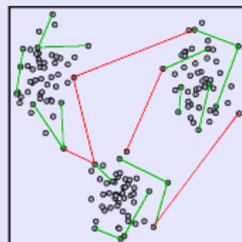
Connaissance
totalement
étiquetée



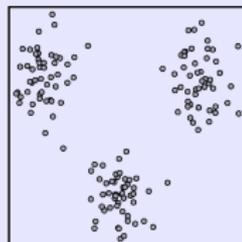
Connaissance
partiellement
étiquetée



Connaissance
partiellement
contrainte

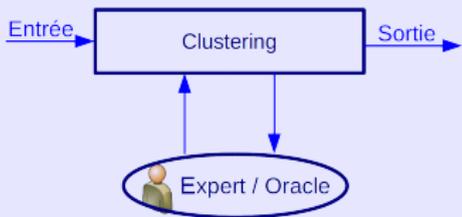


Absence
de
connaissance

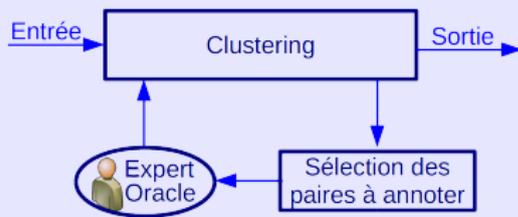


Clustering semi-supervisé et contraintes par paires

Clustering semi-supervisé interactif



Clustering semi-supervisé actif



Contraintes par paires



Contrainte *ML* « Must-Link »
Les objets appartiennent à la même classe



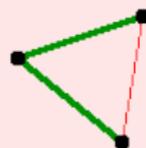
Contrainte *CL* « Cannot-Link »
Les objets appartiennent des classes différentes

Contraintes cohérentes et incohérentes

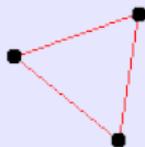
Contraintes cohérentes



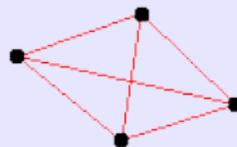
Contraintes incohérentes



Contraintes incohérentes en
bi-partitionnement et cohérentes dans
les autres cas



Contraintes incohérentes en bi et
tri-partitionnement et cohérentes dans
les autres cas



Propagation automatique des contraintes

Règle 1

$$ML + ML \Rightarrow ML$$



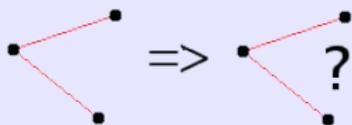
Règle 2

$$ML + CL \Rightarrow CL$$



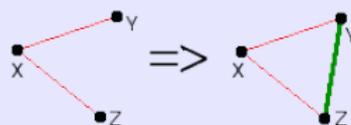
Règle 3 - Cas général

$$CL + CL \Rightarrow ?$$



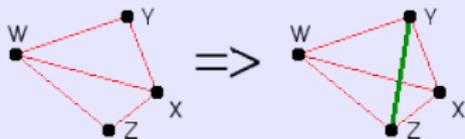
Règle 3 - Bi-partitionnement

$$CL + CL \Rightarrow ML$$

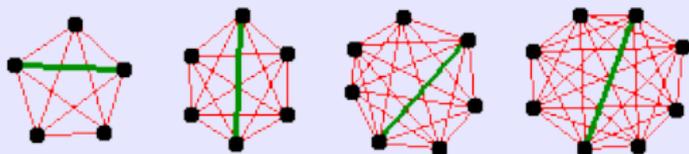


Contribution : généralisation de la règle 3

Règle 3 - Partitionnement en 3 classes



Règle 3 - Partitionnement en 4, 5, 6 et 7 classes

Règle 3 - Cas général - Partitionnement en k classes

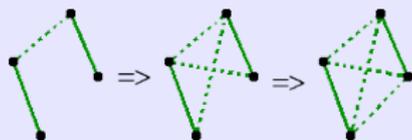
Pour tout sous-graphe de taille $k + 1$: $\underbrace{CL + CL + \dots + CL}_{\left(\frac{k(k+1)}{2} - 1\right) \text{ fois}} \Rightarrow ML$

Implémentation de la propagation

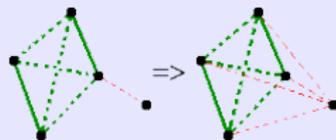
Implémentation des règles 1 et 2

Elle peut être matricielle et efficace avec l'utilisation de bibliothèques optimisées comme LAPACK

Règle 1 en boucle



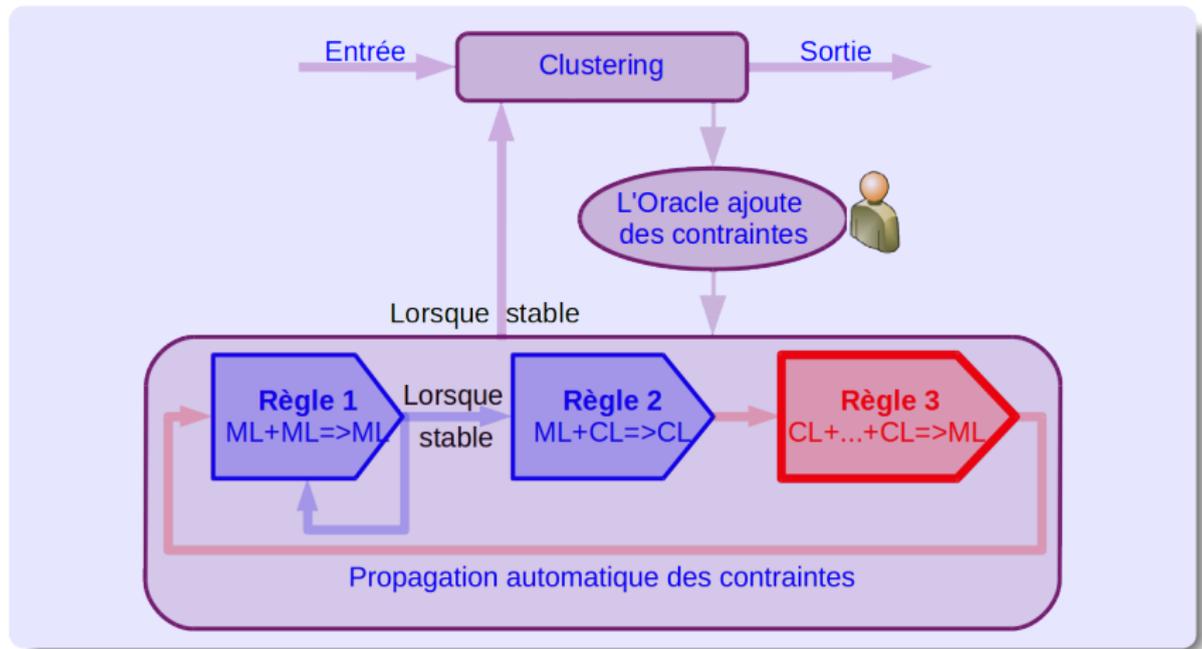
Ensuite la règle 2 en une seule passe



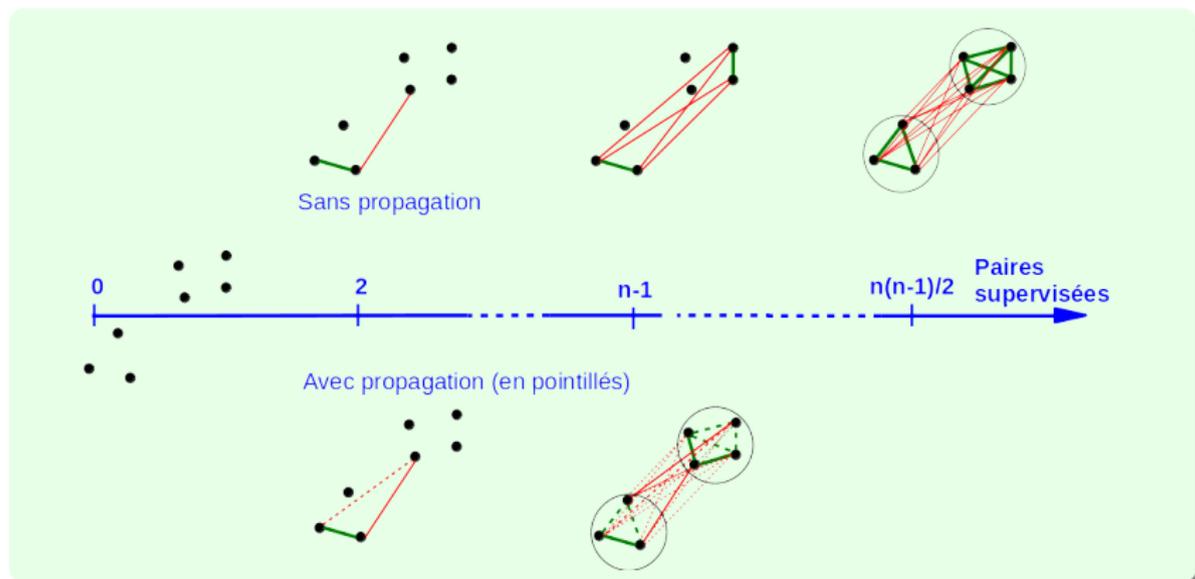
La règle 3

- Dans le cas des bi-partitionnements, implémentation matricielle
- Dans le cas général, la règle 3 est analogue aux problèmes de recherche de cliques maximales. Ce qui peut devenir très coûteux lorsque le nombre de classes devient important. Optimisations et stratégies à étudier

Contribution : le processus complet

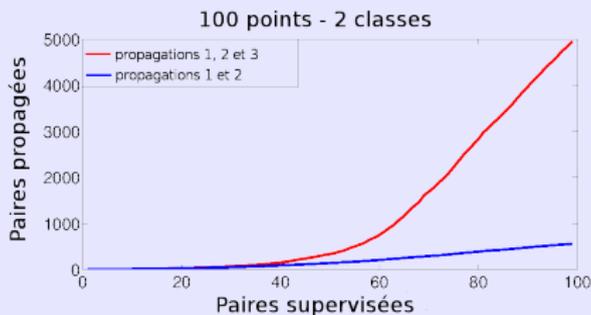


Les bénéfices immédiats de la propagation

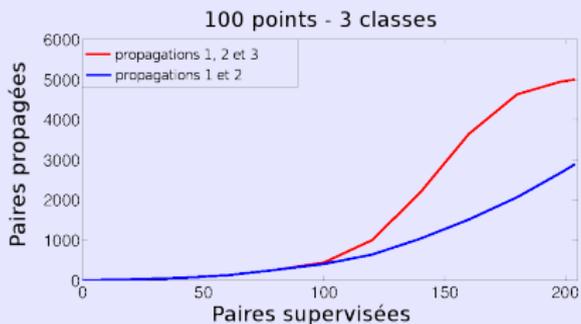


- En bi-partitionnement, avec n points, réduction du nombre de paires maximum à superviser de $\frac{n(n-1)}{2}$ à $n - 1$
- En multi-partitionnement, le gain est fonction de la configuration du nuage de points et de l'ordre de supervision

Impact de la règle 3



- 100 points équi-répartis en 2 classes
- Tirage aléatoire des paires
- Moyenne sur 20 simulations
- La règle 3 permet de passer de 600 à quasiment 5000 paires propagées



- 100 points équi-répartis en 3 classes
- Tirage aléatoire des paires
- Moyenne sur 20 simulations
- La règle 3 permet de passer de 2900 à 5000 paires propagées

Bilan sur la propagation automatique des contraintes

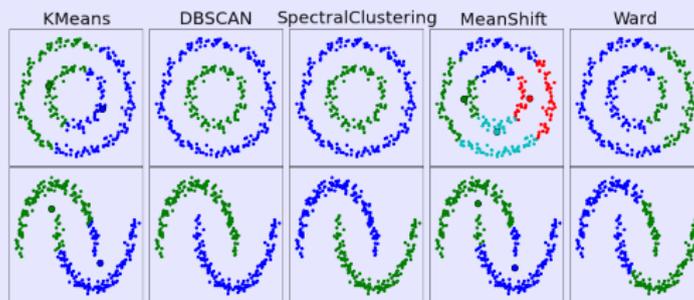
- La propagation évite de solliciter les experts pour obtenir de la connaissance qui peut être déduite
- La propagation transforme les experts en Oracle
- La propagation peut être combinée avec toutes les stratégies de sélection des paires
- La stratégie de sélection « reliée » amplifie le phénomène de propagation dès les premières itérations du processus de clustering actif
- La propagation peut être appliquée à toutes les méthodes de clustering semi-supervisé interactif

Clustering Spectral et propagation automatique des contraintes

1. Visualisation et structuration
2. Classification et propagation
- 3. Propagation et Clustering Spectral**
4. Conclusion et perspectives

Choix du Clustering Spectral

- Identification de clusters non convexes caractérisés par connexité
- Efficacité
- Pas d'ajustement de paramètres
- Existence de différentes méthodes de Clustering Spectral semi-supervisées



Clustering Spectral

STRUCTURATION

Orientée valeurs

Unidimensionnelle		2D	
Continue	Discrète	$E \times \mathbb{R}^2$	$E \times \mathbb{N}^2$
$E \times \mathbb{R}$	$E \times \mathbb{N}$	3D	
	$E \times]0; 1]$	$E \times \mathbb{R}^3$	$E \times \mathbb{N}^3$
	$E \times \{a_1; a_2; \dots; a_k\}$	Multidim.	
	$E \times \frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$	$E \times \mathbb{R}^k$ avec $k < n$	
		$E \times \mathbb{R}^n$	$E \times F^n$

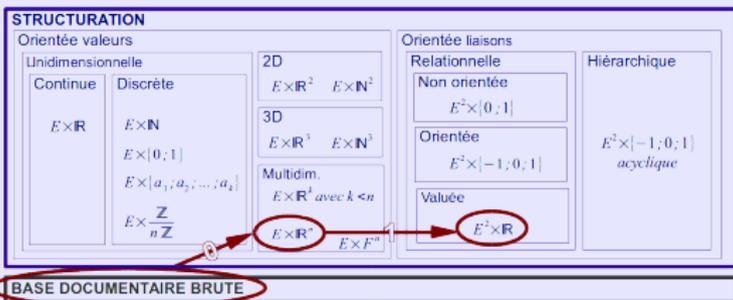
Orientée liaisons

Relationnelle	Hiérarchique
Non orientée	$E^2 \times]-1; 0; 1]$ <i>acyclique</i>
$E^2 \times]0; 1]$	
Orientée	
$E^2 \times]-1; 0; 1]$	
Valuée	
$E^2 \times \mathbb{R}$	

BASE DOCUMENTAIRE BRUTE

- 0 Extraction des descripteurs
- 1 Construction du graphe de similarité
- 2 Projection dans un espace spectral
- 3 Partitionnement dans l'espace spectral

Clustering Spectral



① Extraction des descripteurs

① Construction du graphe de similarité

- ε -graphe
- k -NN graphe
- Une combinaison des deux précédentes
- Graphe totalement connecté

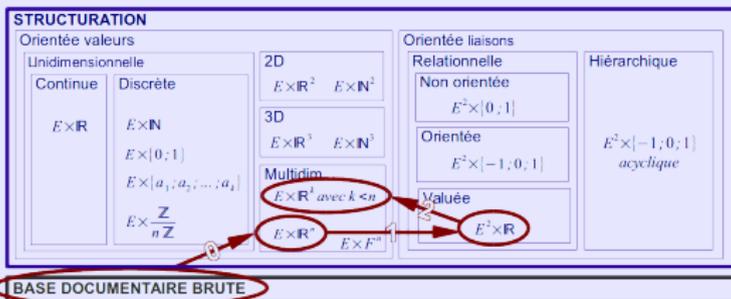
Ajout d'une pondération des liens ou non avec par exemple un noyau gaussien

$$w_{ij} = \exp\left(\frac{-\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right)$$

② Projection dans un espace spectral

③ Partitionnement dans l'espace spectral

Clustering Spectral



- Extraction des descripteurs
- Construction du graphe de similarité
- Projection dans un espace spectral

- Choix et construction de l'un des trois laplaciens avec W la matrice du graphe de similarité et D la matrice diagonale des degrés

- Le laplacien non normalisé

$$L = D - W \quad (1)$$

- Le laplacien normalisé marche aléatoire

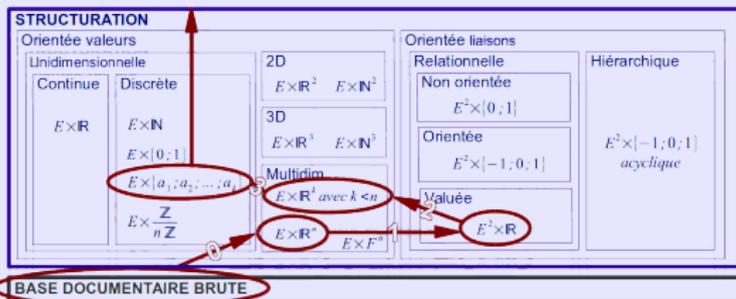
$$L_{rw} = D^{-1}L = I - D^{-1}W \quad (2)$$

- Le laplacien normalisé symétrique

$$L_{sym} = D^{-1/2}LD^{-1/2} = I - D^{-1/2}WD^{-1/2} \quad (3)$$

- Projection dans l'espace vectoriel associé aux K plus petites valeurs propres du laplacien

Clustering Spectral

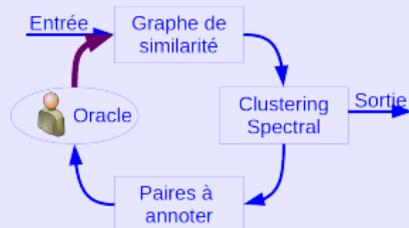


- ① Extraction des descripteurs
- ① Construction du graphe de similarité
- ② Projection dans un espace spectral
- ③ Partitionnement dans l'espace spectral
 - Classiquement avec une méthode des k-means
 - Mais d'autres méthodes sont envisageables

Clustering Spectral semi-supervisé

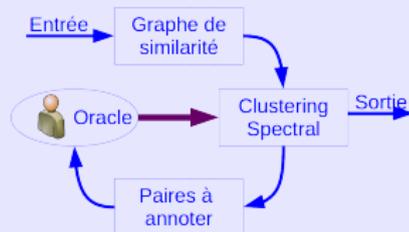
Active Clustering [Xiong et al., 2014], Spectral Learning [Kamvar et al., 2003]

- Les contraintes sont ajoutées dans la matrice du graphe de similarité avec des 1 pour les *ML* et des 0 pour les *CL*
- Méthode rapide mais aucune garantie du respect des contraintes



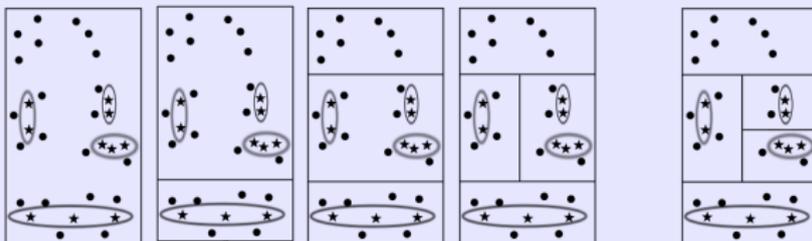
Constrained One-Spectral Clustering (COSC) [Rangapuram et Hein, 2012]

- Les contraintes sont intégrées au problème spectral grâce à la résolution d'un problème d'optimisation convexe (algorithme du gradient descendant)
- Les coupes sont binaires. Le multi-partitionnement est obtenu en coupes successives
- Méthode plus lente mais des contraintes bien respectées (parfaitement en bi-partitionnement)

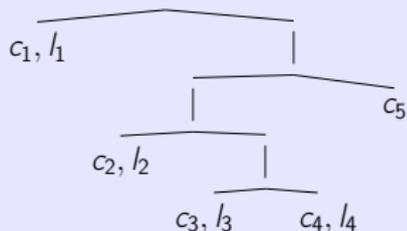
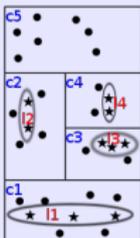


Le clustering Spectral semi-supervisé comparé à la classification supervisée

- COSC est modifié pour séparer les classes de l'ensemble de développement
- Cette modification permet de le comparer à des méthodes de classification supervisée



Probabilité d'appartenance aux classes



$$p = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Le clustering Spectral semi-supervisé comparé à la classification supervisée

Évaluation du clustering : la MAP

La probabilité d'appartenance aux classes permet pour chaque classe d'ordonner toutes les vidéos

$$MAP = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L AP_l \quad \text{où} \quad AP_l = \frac{1}{N_l} \sum_{k=1}^N \frac{f_l(v_k)}{k}$$

avec L le nombre de classes, N le nombre de vidéos, N_l le nombre de vidéos de la classe l et v_k étant la $k^{\text{ème}}$ vidéo de la liste ordonnée $\{v_1, \dots, v_N\}$. f_l est la fonction qui retourne le nombre de vidéos de la classe l parmi les k premières vidéos si v_k est de la classe l et 0 sinon

Performances des méthodes de l'état de l'art comparées aux nôtres

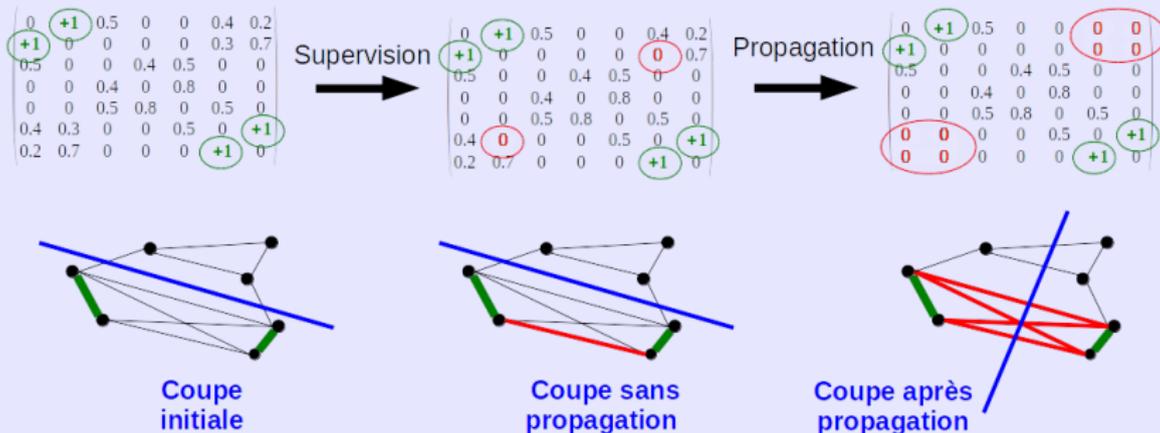
- Classification par genre du challenge MediaEval 2012 : 26 genres
- 14 838 shots tirés de « blip.tv » : 5 288 en développement et 9 550 en test
- MAP moyen sur 20 exécutions

Nom du descripteur	SVM Lin.	SVM RBF	SVM CHI	5-NN	RT	ERF	Classif. Corrél.	COSC modifié
Std audio desc.	20.7%	24.5%	35.6%	18.3%	34.4%	42.3%	19.7%	25.2%
MPEG-7	6.1%	4.3%	17.5%	9.6%	20.9%	26.2%	15.9%	12.5%
Structural desc.	7.6%	17.2%	22.8%	8.7%	13.9%	14.9%	8.1%	8.0%
HoG	9.1%	25.6%	22.4%	17.9%	16.6%	23.4%	8.8%	12.1%
BOW Visu SIFT	14.6%	17.6%	20.0%	8.6%	14.9%	16.3%	8.5%	9.7%
TF-IDF	56.3%	58.1%	48.0%	57.2%	58.7%	57.5%	22.2%	40.6%

Propagation et Clustering Spectral semi-supervisé

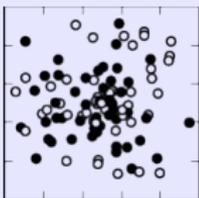
Bénéfices de la propagation

- Économie de l'Oracle pour toutes les méthodes
- Un second bénéfice pour les méthodes qui ne respectent pas strictement les contraintes (AC ou SL) : amplification des contraintes



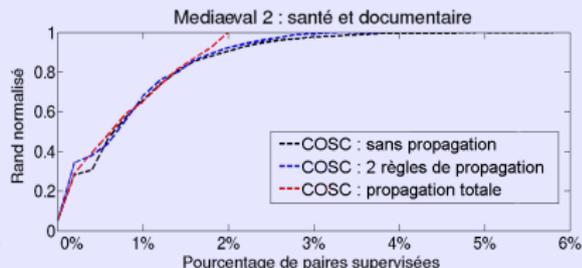
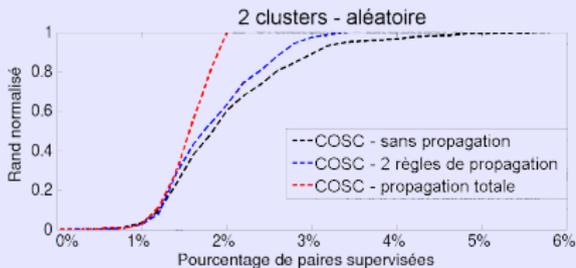
Résultats : COSC en bi-partitionnement

- Dataset de $n = 100$ points équi-répartis en 2 classes



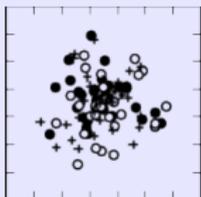
Un dataset synthétique avec des classes mélangées

Vidéos du challenge MediaEval du genre Santé et Documentaire (descripteur Audio)

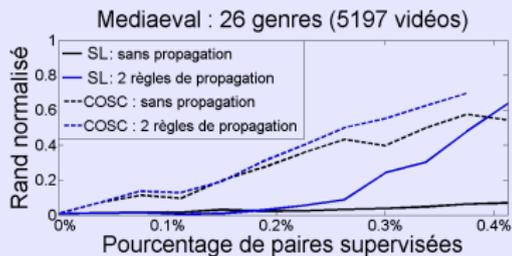
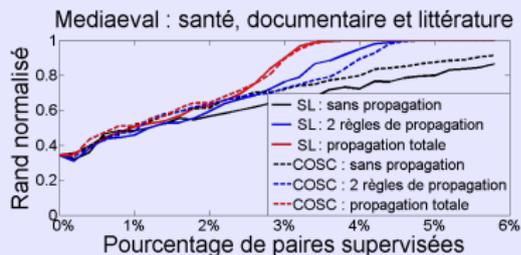
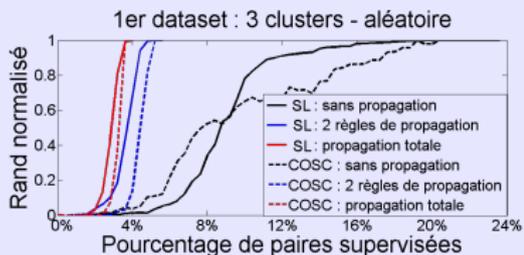


- Pourcentage de paires supervisées sur les $n(n - 1)/2 = 4950$ paires totales
- Indice de Rand normalisé (moyenne sur 20 exécutions)

Résultats : AC et COSC en multi-partitionnement



- Dataset de 100 points équi-répartis en 3 classes
- Un dataset synthétique avec des classes mélangées
- Un dataset réel avec 3 genres du challenge MediaEval

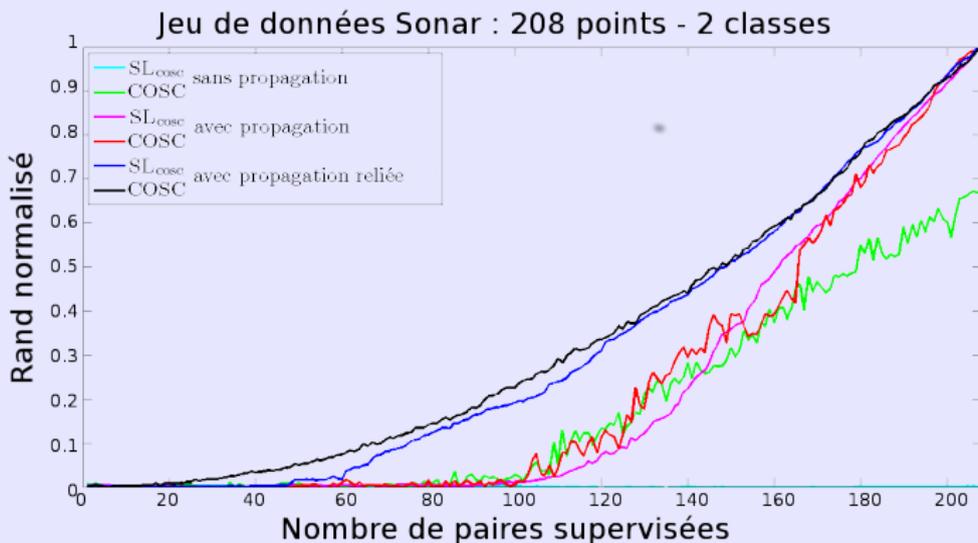


- Dataset de 5197 vidéos du challenge MediaEval réparties en 26 genres
- La règle 3 est trop coûteuse dans cette configuration

Comparaison de la manière d'intégrer les contraintes

Impact de la propagation entre des méthodes comparables

- Dataset Sonar de l'UCI : 208 points et 2 classes
- *COSC* : l'algorithme *COSC* classique (contraintes injectées dans le problème spectral)
- *SL_{COSC}* : l'algorithme *COSC* façon *SL* (contraintes injectées dans la matrice d'adjacence)



Conclusion

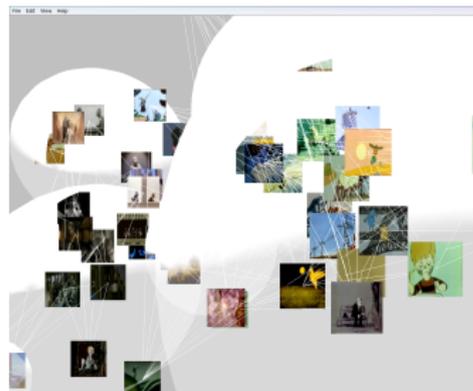
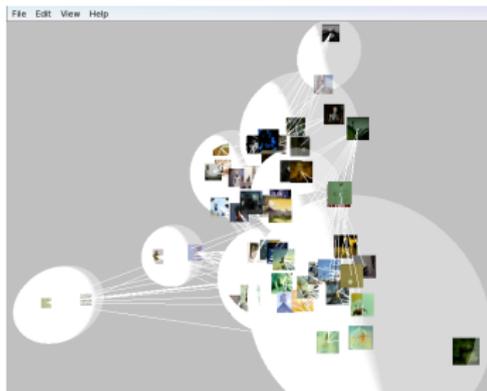
1. Visualisation et structuration
2. Classification et propagation
3. Propagation et Clustering Spectral
4. Conclusion et perspectives

Conclusion

- Visualisation : structuration importante
- Notre modèle du processus de visualisation : général
- Propagation : connaissance optimisée
- Propagation : combinable avec toutes les stratégies de sélection
- Propagation : adaptable à toutes les méthodes de clustering semi-supervisé
- Propagation : revisite comparaisons entre les méthodes de Clustering Spectral semi-supervisé

Perspectives

- Stratégies pour améliorer les implémentations de la règle 3 : obtention d'un coût nul (en cours)
- Propagation et stratégies de sélection des paires à superviser (en cours)
- Fusion plus tardive des données avec une méthode de Clustering Spectral basée sur les hypergraphes avec propagation des contraintes
- Propagation et autres méthodes : Deep Learning (en cours)
- Réalisation d'une application de visualisation avec processus interactif



- Stratégies pour améliorer les implémentations de la règle 3 : obtention d'un coût nul (en cours)
- Propagation et stratégies de sélection des paires à superviser (en cours)

Merci pour votre attention

Questions ?

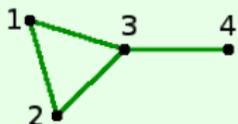


ANNEXE - Implémentation de la propagation

Implémentation matricielle de la règle 1 : $ML + ML \Rightarrow ML$

- 1: $ML_{12} \leftarrow ML + ML^2$ {Matrice des chemins de longueur 1 et 2}
- 2: $ML_{added} \leftarrow I (ML_{12} - \text{Diag}(ML_{12})) - ML$ { $I(\cdot)$ est la matrice indicatrice}
- 3: $ML_{new} \leftarrow ML + ML_{added}$

Exemple

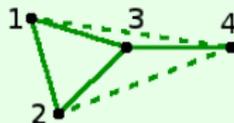


$$ML = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$ML^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$ML_{added} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

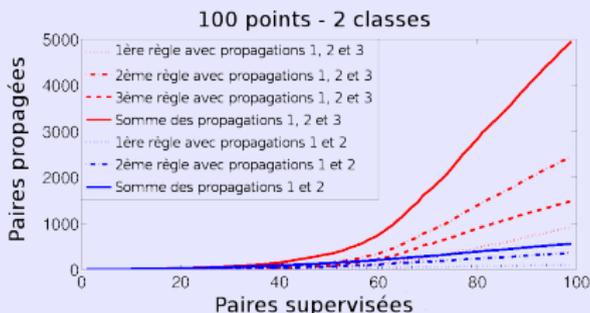
$$ML_{new} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



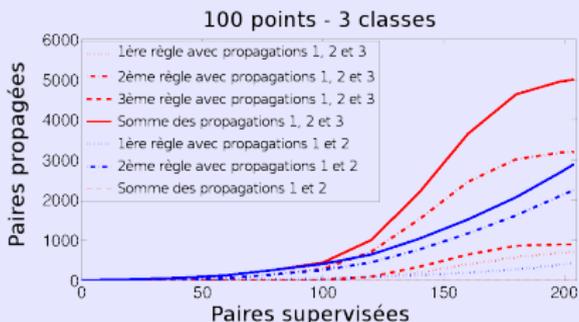
Optimisation

- À chaque boucle du clustering interactif, l'examen peut être restreint à la combinaison des contraintes ajoutées avec toutes les contraintes déjà existantes

ANNEXE - Impact de la règle 3



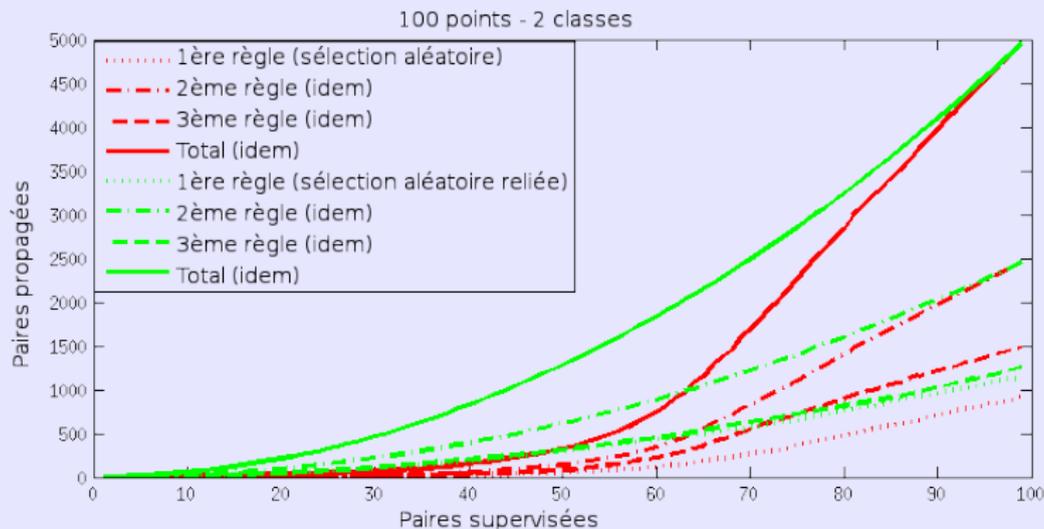
- 100 points équi-répartis en 2 classes
- Tirage aléatoire des paires
- Moyenne sur 20 simulations
- La règle 3 permet de passer de 600 à 5000 paires propagées



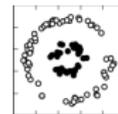
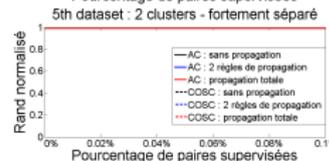
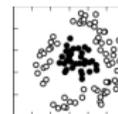
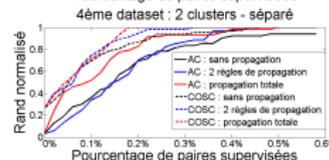
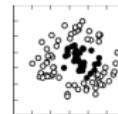
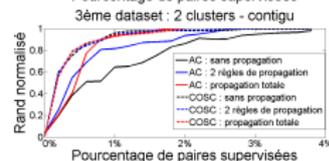
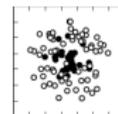
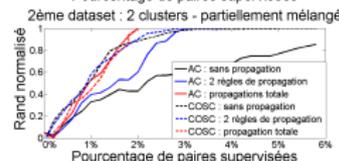
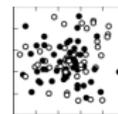
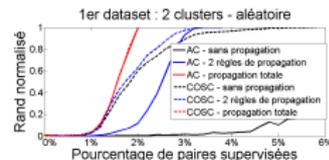
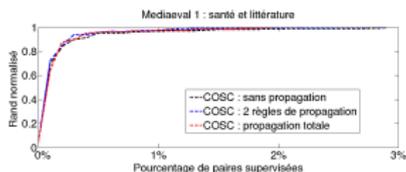
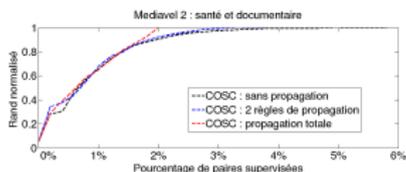
- 100 points équi-répartis en 3 classes
- Tirage aléatoire des paires
- Moyenne sur 20 simulations
- La règle 3 permet de passer de 2900 à 5000 paires propagées

ANNEXE - La stratégie de sélection « reliée »

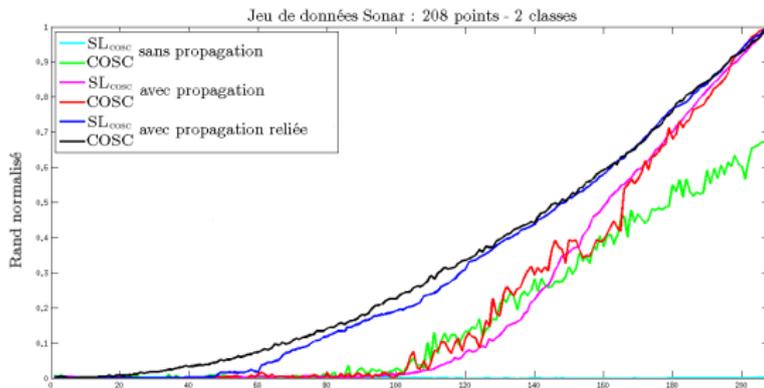
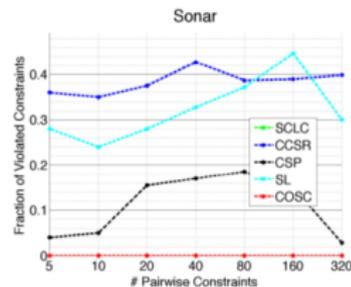
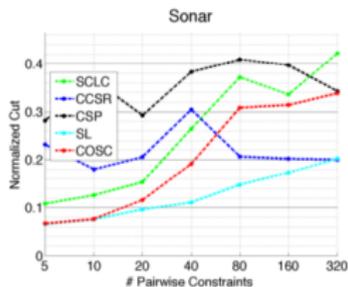
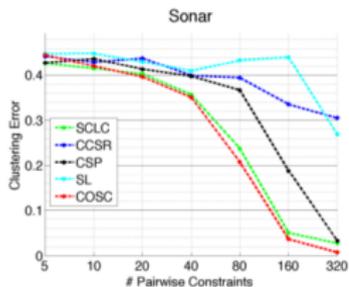
- Sélection de paires à superviser parmi celles dont l'un des 2 objets est relié aux contraintes déjà existantes
- Amplification de la propagation plus tôt dans le processus



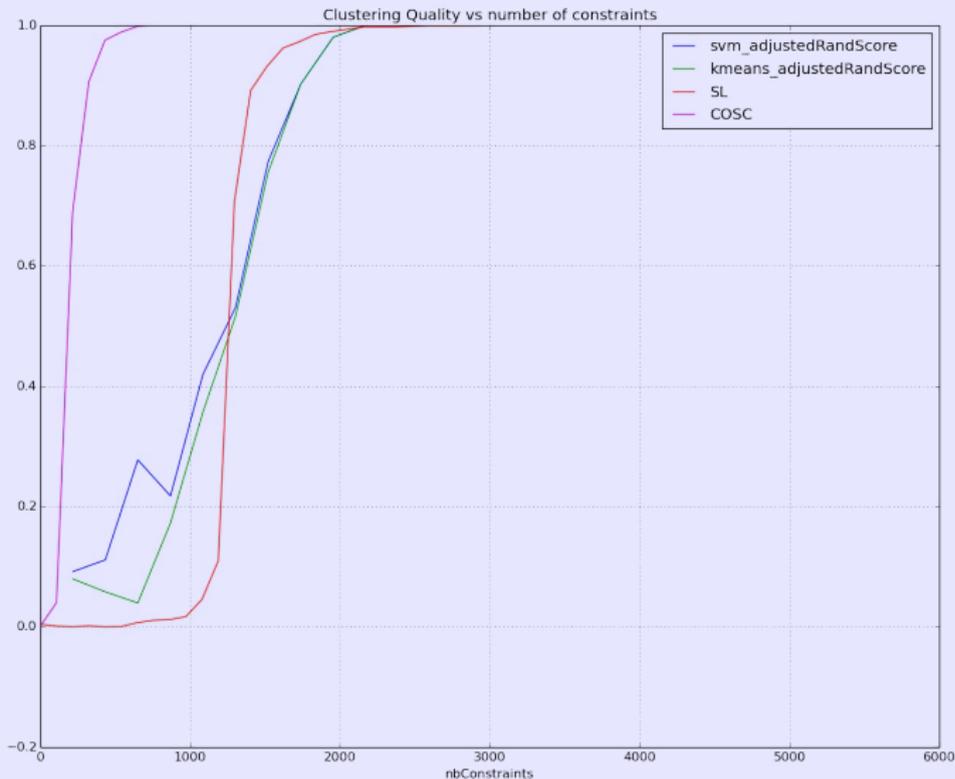
ANNEXE - AC et COSC en bi-partitionnement



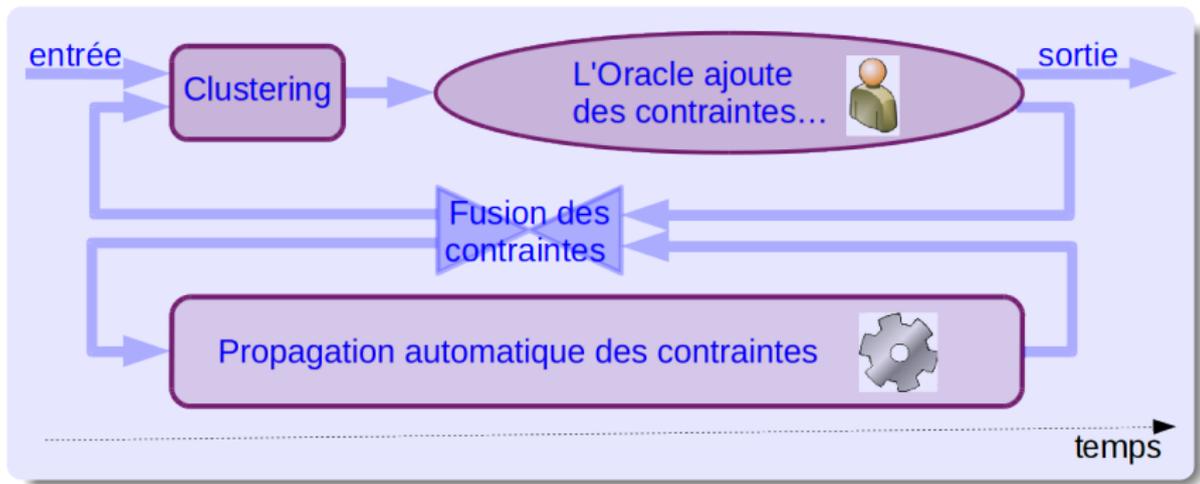
ANNEXE - Comparaison COSC/SL



ANNEXE - Propagation et deep learning (Travail en cours)



ANNEXE - Orchestration des tâches d'annotation, propagation et clustering



ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow Coût de la règle 3 nul !

①

②

③

⑤

④

⑥

Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

Multi-partitionnement en k classes1: Création d'un ensemble A avec 2 objets

2: repeat

3: Supervision d'un paire de A 4: if (Obtention d'un ML) then5: On remplace le dernier objet ajouté à A par un autre non relié6: else if (Obtention d'un CL) then7: if (A contient $(k(k+1)/2 - 1)$ contraintes CL) then8: La dernière contrainte est un ML (Règle 3)9: On remplace le dernier objet ajouté à A par un autre non relié10: else if (A est une clique) then11: On ajoute un nouvel objet non relié à A

12: end if

13: end if

14: On applique la propagation selon les règles 1 et 2

15: until Tous les objets sont reliés à un autre

Règle 3 intégrée à la
stratégie de sélection
⇒ **Coût de la règle 3 nul !**

1

2

3

5

4

6

Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

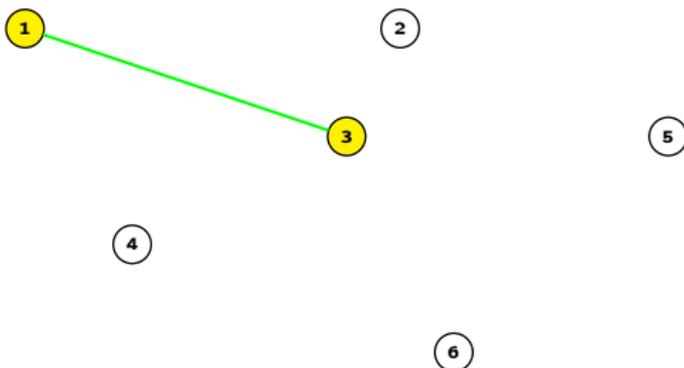
ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```



Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**

Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

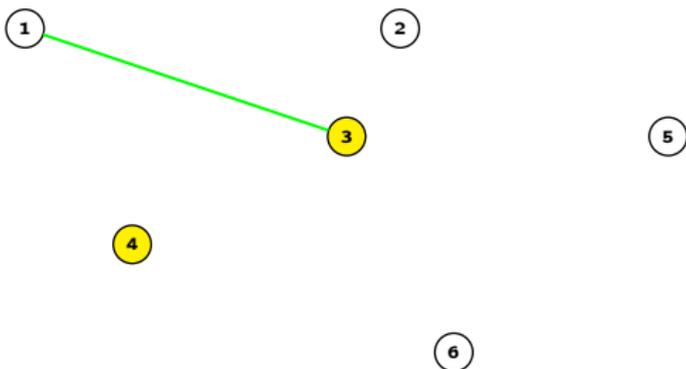
ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```



Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**

Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

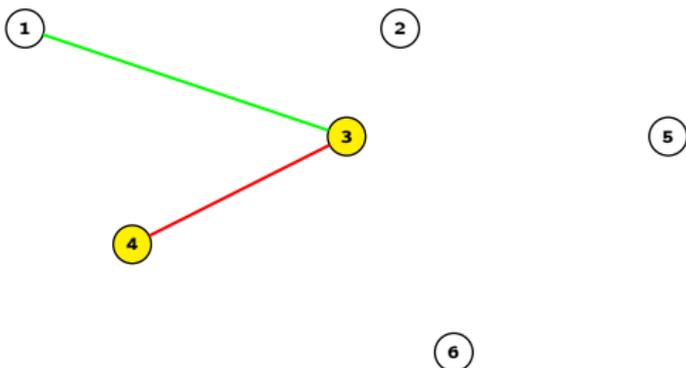
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

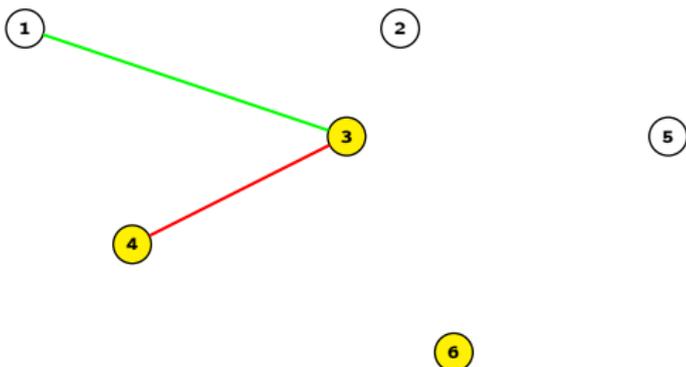
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

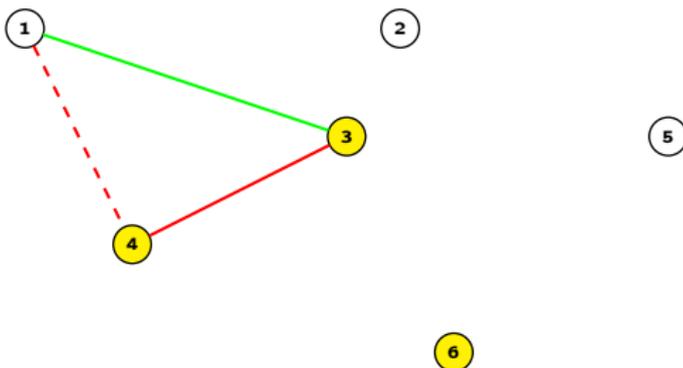
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

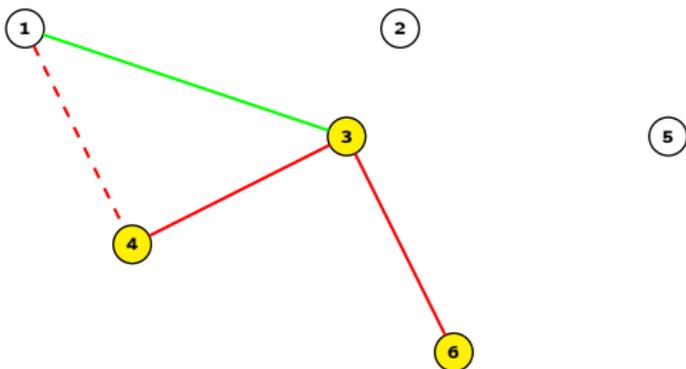
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

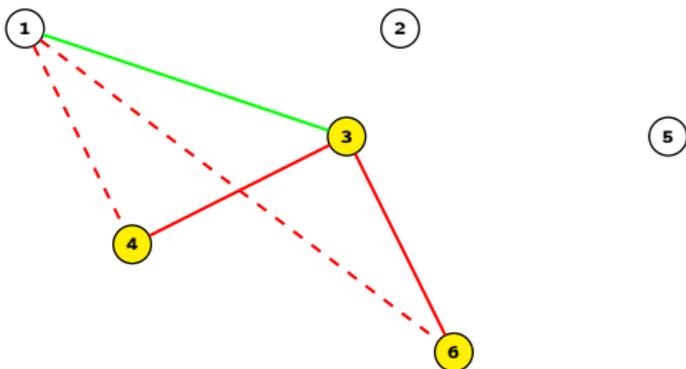
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

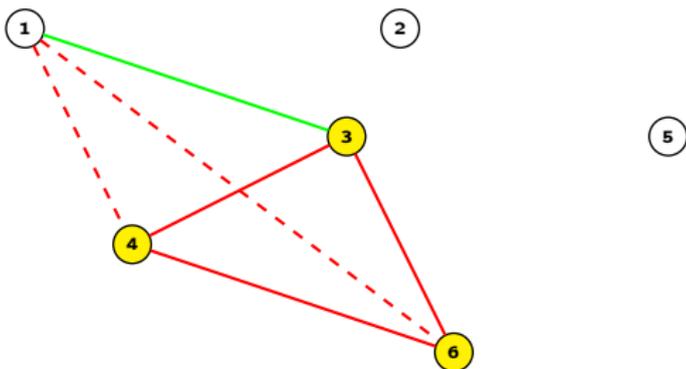
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

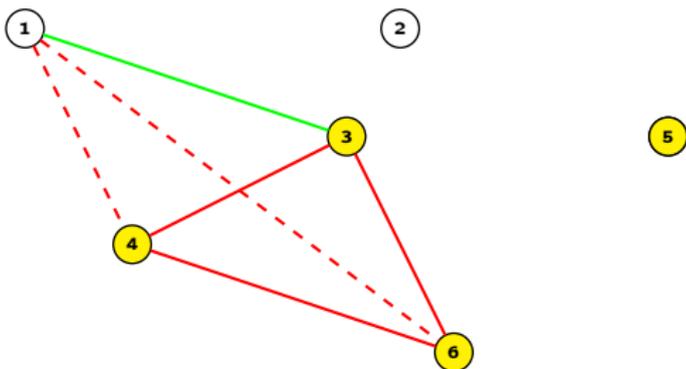
$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

Multi-partitionnement en k classes

```
1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre
```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
⇒ **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

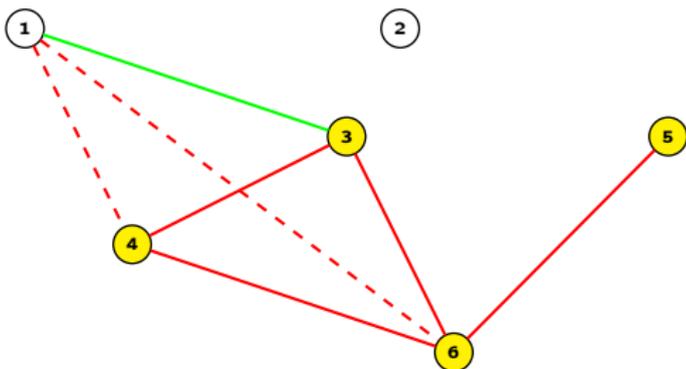
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:  else if ( $A$  est une clique) then
11:    On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:  end if
13: end if
14: On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

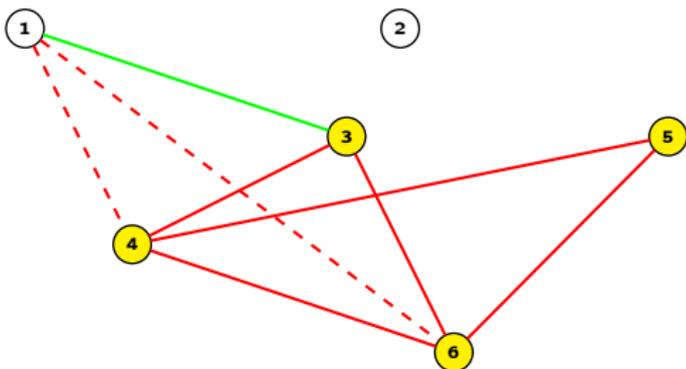
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

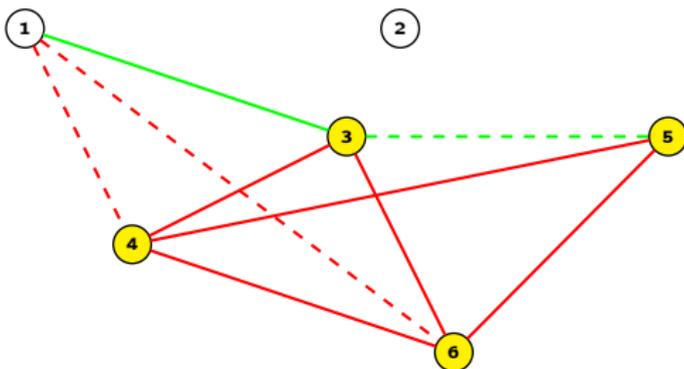
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

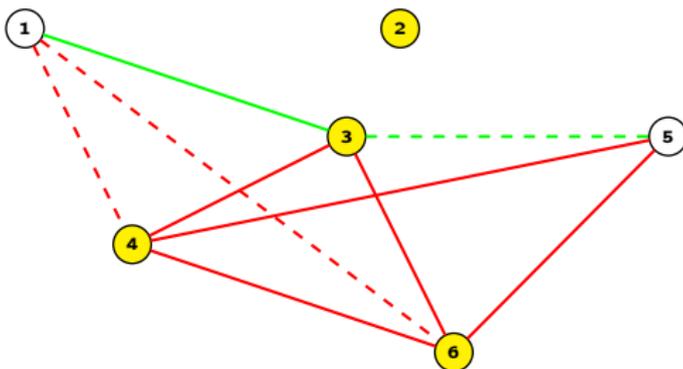
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

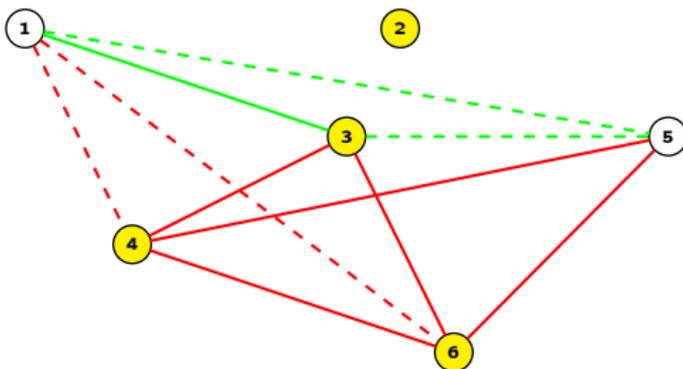
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

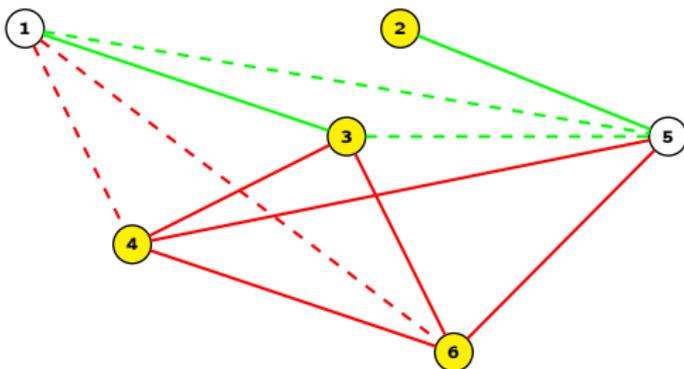
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

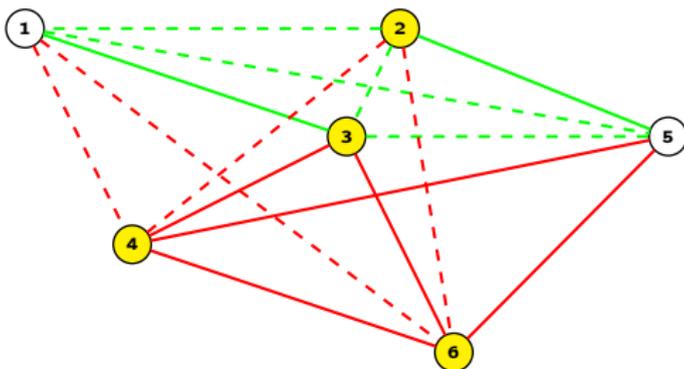
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow **Coût de la règle 3 nul !**



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$

ANNEXE - Des stratégies de sélection intégrant la règle 3 (Travail en cours)

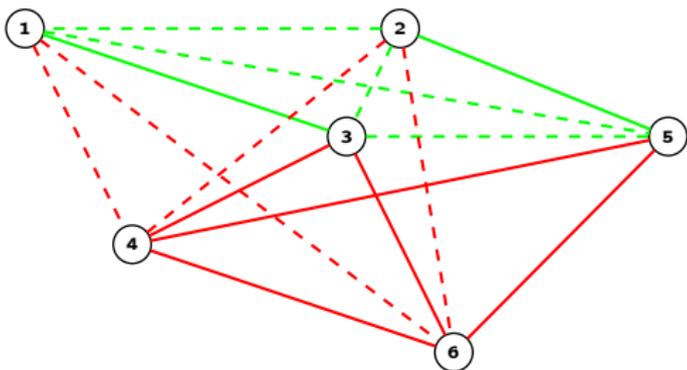
Multi-partitionnement en k classes

```

1: Création d'un ensemble  $A$  avec 2 objets
2: repeat
3:   Supervision d'un paire de  $A$ 
4:   if (Obtention d'un  $ML$ ) then
5:     On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
6:   else if (Obtention d'un  $CL$ ) then
7:     if ( $A$  contient  $(k(k+1)/2 - 1)$  contraintes  $CL$ ) then
8:       La dernière contrainte est un  $ML$  (Règle 3)
9:       On remplace le dernier objet ajouté à  $A$  par un autre non relié
10:    else if ( $A$  est une clique) then
11:      On ajoute un nouvel objet non relié à  $A$ 
12:    end if
13:  end if
14:  On applique la propagation selon les règles 1 et 2
15: until Tous les objets sont reliés à un autre

```

Règle 3 intégrée à la stratégie de sélection
 \Rightarrow Coût de la règle 3 nul !



Nombre de classes : $k = 3$

$$k(k+1)/2 - 1 = 5$$