HDR

présentée à

Université Savoie Mont Blanc

pour obtenir

le grade de : **HDR de l'Université Grenoble Alpes**

Mention : *Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication*

par

Abdourrahmane Mahamane ATTO

Équipe d'accueil : - Laboratoire d'Informatique, Systèmes, Traitement de l'Information et de la Connaissance

---

Analyse des Séquences de Processus et Champs Aléatoires d'Ondelettes

---

Soutenue le 04 Décembre 2015 devant la commission d'Examen :

Composition du Jury :

Président :	Truchetet Frédéric, Professeur, Université de Bourgogne
Rapporteurs :	Abry Patrice, Directeur de recherche, CNRS
	Bel Liliane, Professeure, AgroParisTech
	Tupin Florence, Professeure, Télécom ParisTech
Examinateurs :	Bolon Philippe, Professeur, Université Savoie Mont Blanc
	Ovarlez Jean-Philippe, Directeur de recherche, ONERA-SONDRA

Table des matières

Synthèse des Travaux de Recherche

Dans de nombreux domaines des sciences, on s'intéresse à l'analyse des *variables* essentielles à la description d'une information donnée. Le traitement de cette information est alors plus simple et performant lorsque ces variables sont :

- *déterministes* [stochastiques dégénérées] et associées à une fonction suffisamment régulière : de cette régularité dépend notre capacité à représenter cette fonction de manière plus ou moins parcimonieuse. La *parcimonie au sens de la représentation des fonctions déterministes* se définit ici comme étant notre capacité à trouver une base fonctionnelle pour laquelle, la projection de cette fonction se traduit en un petit nombre de coefficients significatifs.
- *stochastiques* [non-dégénérées] et obéissant à des formes/structures de dépendances connues ou faciles à approximer : de la complexité de ces structures dépend notre capacité à décrire ce processus de manière parcimonieuse [1]. La *parcimonie au sens de la description d'un processus stochastique* se mesure selon notre capacité à associer à ce processus, un modèle statistique ou probabiliste pertinent et admettant très peu de paramètres de description.

La littérature anglophone sépare les 2 contextes de *description* et de *représentation* à travers les terminologies de *parsimony* (description compacte des processus aléatoires) et *sparsity* (représentations compactes des fonctions déterministes).

Dans la littérature francophone, *sparsity* a été traduit (et est très largement utilisé) par parcimonie. Et comme une variable déterministe peut être vue comme étant une variable aléatoire dégénérée, nous utiliserons donc le terme *parcimonie* pour ces 2 contextes, en spécifiant selon les cas qu'il s'agit de la **représentation d'une fonction déterministe** ou la **description d'un processus aléatoire**.

Les représentations parcimonieuses (pour une fonction déterministe donnée) ont vu leur intérêt décuplé dans les années 19-80s/90s, avec la révolution numérique et ses

1. La notion de *parcimonie* était rattachée historiquement (années 1960s notamment) au contexte de description des variables aléatoires. Une variable aléatoire décrite par une *distribution de probabilités* Gaussienne est ainsi une association de l'ensemble des éventualités régissant le phénomène sous-jacent à travers un modèle connu par seulement 2 paramètres : la moyenne et la variance des réalisations de cette variable.

problématiques de compression et d'analyse de données (signaux et images numériques notamment) associées à des grandeurs souvent régulières.

Aujourd'hui, les transformées en ondelettes [2] se sont très largement imposées comme outils de représentations parcimonieuses des fonctions déterministes régulières ou régulières par morceaux. On trouve ainsi une littérature très dense sur les caractérisations de coefficients d'ondelettes de telles fonctions, selon le nombre de coefficients significatifs [Donoho and Johnstone, 1994], [Mallat, 1999] ou selon la décroissance en amplitude des coefficients [Mallat, 1999], [Jaffard, 1991], [Daubechies, 1992] et cela, relativement à la régularité de la fonction analysée *versus* celle de l'ondelette analysante.

Considérons maintenant la *projection d'un processus aléatoire donné sur un sous-espace hilbertien généré par des fonctions ondelettes.* Appelons *processus aléatoire d'ondelettes*, la séquence des 'coefficients' de cette projection. Nous distinguerons 2 catégories de travaux : {c1} celle portant sur l'analyse des propriétés statistiques des processus aléatoires d'ondelettes et {c2} celle dont le cœur est l'estimation des paramètres d'un modèle, explicite ou implicite, par le biais de processus aléatoires d'ondelettes. Nous distinguerons également 2 types de schémas de décomposition en ondelettes : le premier type, {t1}, consiste à décomposer très finement les composantes à faibles variations du processus (approximations) et très grossièrement les composantes à fortes variations de ce processus (détails), par opposition au second type {t2} d'analyse fine à plusieurs niveaux de détails. Dans les schémas {t1}, la transformée orthogonale et telle que la division récursive de ses nœuds ne concerne que le *chemin des approximations* sera appelé TO [Transformée en Ondelettes]. La TO est un cas particulier de la décomposition dite TPO [Transformée par Paquets d'Ondelettes] où la division récursive des nœuds n'est pas forcément contrainte ou peut l'être - mais de plusieurs manières possibles (schémas de type {t2}).

Dans les années 1990 et début des années 2000, les principaux travaux sur la caractérisation des processus aléatoires d'ondelettes concernaient justement :

- la TO, donc un schéma {t1} de décomposition très fine de la partie plutôt 'basses fréquences' [Flandrin, 1992] ({c1}, mouvement Brownien fractionnaire), [Veitch and Abry, 1999] ({c2}, processus à 'mémoire longue'), [Delbeke and Abry, 2000] ({c1}, mouvement de Lévy fractionnaire), [Audit, Bacry, Muzy, and Arneodo, 2002] ({c2}, processus intégrale fractionnaire), [Craigmile and Percival, 2005] ({c1}, processus intégrale fractionnaire),
- des schémas {t1} spécifiques présentant les mêmes caractéristiques 'basses fréquences' que la TO [Leporini and Pesquet, 1999] ({c1}, processus aléatoires stationnaires), [Touati and Pesquet, 2002] ({c1}, processus aléatoires cyclostationnaires) et plus rarement,
- la TPO [Pastor and Gay, 1995] ({c1, t2}, statistiques du second ordre dans le cas des

2. Nous utiliserons la terminologie *transformées en ondelettes* pour les différentes variantes de transformées continues ou discrètes, orthogonale ou non, indépendamment du schéma de décomposition ou de la forme de l'ondelette.

processus stationnaires).

Cette *hégémonie de la régularité* (large majorité de travaux sur les schémas {t1}) est justifiée par le fait que les principales informations que nous exploitons sont portées par des signaux/images plutôt réguliers (faibles variabilités), ainsi que le souci de limiter le coût algorithmique induit par les multiples divisions récursives intrinsèques aux schémas de type {t2}.

Au milieu des années 2000, les outils de calcul scientifique (ordinateurs notamment) étaient suffisamment puissants pour permettre, à coûts raisonnables, des simulations numériques et une validation/exploitation de résultats théoriques sur les schémas plus complexes de décomposition {t2}. C'est dans ce contexte que notre thèse [Atto, 2008] (2005-2008) a proposé, pour les schémas de type {t2} impliquant des processus aléatoires stationnaires au sens strict, une généralisation à tous les ordres statistiques des résultats obtenus dans [Pastor and Gay, 1995]. En partant des interactions entre le *processus analysé* et les *fonctions d'ondelettes analysantes*, en étudiant le comportement limite des cumulants des processus aléatoires d'ondelettes, [Atto, 2008] (voir aussi [Atto and Pastor, 2010]) a proposé des théorèmes centraux limites TPO dans le contexte où l'on s'intéresse à une composition quelconque mais récursive de fonctions d'ondelettes de nature différentes (chemin asymptotique pris arbitrairement dans un arbre TPO). Cette thèse a également fourni une caractérisation de la vitesse de convergence des cumulants des processus aléatoires TPO vers les cumulants limites, en fonction de la régularité et du support fréquentiel de l'ondelette analysante. Ces différents résultats ont été analysés et validés par le biais de la simulation numérique sur des données issues de générateurs de nombres aléatoires et des données réelles.

Ces travaux de thèse ont soulevé de nombreuses questions dont l'une des plus importantes est de savoir si certains de ces théorèmes limites s'appliquent aux processus non-stationnaires. Les réponses à ces questions ont été étudiées dans différents articles scientifiques : après les travaux de thèse [Atto, 2008], nous avons mené une première étude portant sur un processus non-stationnaire bien connu : le Mouvement Brownien Fractionnaire (MBF). Les propriétés du MBF étaient déjà connues pour une analyse de type TO [Flandrin, 1992], [Dijkerman and Mazumdar, 1994], mais pas pour une TPO. Nous avons ainsi montré dans [Atto, Pastor, and Mercier, 2010] que les résultats obtenus dans [Atto, 2008] s'appliquent sur tous les chemins TPO d'un MBF, sauf sur celui des approximations : toutes les non-stationnarités du MBF sont rejetées sur ce chemin et, en excluant ce chemin, on obtient par le biais des paquets d'ondelettes, une méthode performante de caractérisation spectrale ({c1}) et d'estimation du paramètre de Hurst du MBF ({c2}).

Nous nous sommes alors posé la question de savoir s'il existait des non-stationnarités ou d'autres types de dépendances statistiques fortes qui pouvaient affecter des chemins spécifiques autres que le chemin des approximations, rendant ainsi ces chemins *singuliers* au sens où les théorèmes centraux limites obtenus dans [Atto, 2008] ne s'appliquent pas. C'est ainsi que nous nous sommes munis d'une fonction générique de dépendances prenant en compte des formes explicites de non-stationnarités et de nombreuses structures de corrélations. À partir de cette fonction, nous avons mis en évidence dans [Atto and Berthoumieu, 2012], les facteurs qui contribuent à rendre un chemin

– singulier (lieu des non-stationnarités et corrélations fortes) ou
– régulier (associé à des sous-séquences stationnaires et décorrélées asymptotiquement).

L'objectif de l'étude asymptotique proposée dans les références [Atto, Pastor, and Mercier, 2010] et [Atto and Berthoumieu, 2012] est la compréhension du comportement des coefficients d'ondelettes en présence de non-stationnarités. Connaitre la nature de ces coefficients est en effet essentiel pour le choix de modèles statistiques ou probabilistes parcimonieux. On dissociera par la suite les descriptions statistiques des descriptions probabilistes (même si des liens évidents existent entre les 2 descriptions).

Par description statistique, on cherche à caractériser le comportement des cumulants d'une variable (sans nécessité de spécifier la nature des probabilités) et à trouver des liens entre les cumulants des différentes variables définissant le processus. Ces liens sont souvent paramétrables et conduisent dans ces cas à des descriptions par le biais de formes analytiques dites *paramétriques* (processus autorégressifs, processus de Wiener, etc.).

Par description probabiliste, nous nous intéresserons plus spécifiquement au comportement des distributions de probabilités : toute la fonction génératrice des cumulants statistiques est alors prise en compte afin de définir la loi de probabilité pour chaque variable. Ces lois de probabilités sont elles aussi souvent associées à des formes paramétriques.

Les références [Atto, Pastor, and Mercier, 2010], [Atto and Berthoumieu, 2012], [Atto, Trouvé, Berthoumieu, and Mercier, 2013c] fournissent un point de vue panoramique des modèles statistiques (principalement les modèles à différentiation / intégration fractionnaire) et probabilistes (à travers des dictionnaires de modèles paramétriques simples) qui sont proposés pour une description parcimonieuse. Les résultats donnés dans [Atto, Pastor, and Mercier, 2010], [Atto and Berthoumieu, 2012] et [Atto, Trouvé, Berthoumieu, and Mercier, 2013c] sont pour la plupart des contributions $\{c1, t2\}$ de caractérisations de processus aléatoires d'ondelettes. L'exploitation de ces résultats est donnée pour différentes applications relatives aux problèmes :

– de caractérisation spectrale d'un champ aléatoire (texture) et proposition de modèles parcimonieux à partir de l'observation de chemins singuliers dans un arbre de la TPOD ([Atto, Berthoumieu, and Bolon, 2013a], [Atto, Tan, Alata, and Moreaud, 2014c], [Atto, Fillatre, Antonini, and Nikiforov, 2014a]) ;
– de caractérisation d'un ensemble d'images dépendantes sur les meilleures bases d'ondelettes, au sens du *contenu texture* (attributs de stochasticité), ainsi que dans un contexte dit *distribué semi-collaboratif avec minimum d'échange d'informations* ([Atto, Berthoumieu, and Mégret, 2013b] et [Atto, Salamatian, and Bolon, 2014b]) ;
– d'analyse de séries temporelles d'images avec des problématiques de détection de changements et de régularisation spatio-temporelle ([Atto, Trouvé, Berthoumieu, and Mercier, 2013c], [Atto, Trouvé, and Nicolas, 2015] et [Atto, Pastor, and Mercier, 2011]).

Conclusion - Perspectives

Les travaux résumés dans la section précédente proposent des résultats concernant la caractérisation des processus et champs aléatoires non-stationnaires par le biais des transformées en ondelettes. Ils montrent que les transformées en ondelettes, du fait de :

- la disponibilité de différentes formes d'ondelettes admettant des caractéristiques spectrales différentes (moments nuls, support fréquentiel étroit ou étalé, *etc*), ainsi que
- leurs schémas de décomposition multi-résolution récursif,

sont un cadre idéal d'analyse non-paramétrique ou de modélisation paramétrique (statistique et/ou probabiliste) des champs aléatoires. Ces travaux de recherche montrent en effet que la description d'une grande classe de processus et champs aléatoires est possible avec une série de processus/champs aléatoires d'ondelettes simples et cela, lorsque la base d'ondelettes est déterminée à l'avance.

Tel est l'avantage des descriptions en ondelettes, en comparaison avec les descriptions adaptatives ou adaptées de type 'poursuite itérative de bases' et 'transformée de Karhunen-Loève'. Cet avantage devient une solution incontournable pour des applications nécessitant une mesure de similarité entre champs aléatoires, donc qui imposent la contrainte de bases communes et d'attributs comparables. Une extension immédiate de ces descriptions concerne l'analyse impliquant des transformées en ondelettes non-usuelles, notamment les transformées basées sur des filtres fractionnaires [Mendlovic, Zalevsky, Mas, Garcia, and Ferreira, 1997], [Bel, Oppenheim, Robbiano, and Viano, 2010] ou des schémas d'analyse multirésolution rationnelle [Baussard, Nicolier, and Truchetet, 2004].

Concernant l'analyse non-paramétrique, il est certain qu'on peut améliorer l'estimation spectrale en considérant des transformées en ondelettes très redondantes. L'autre perspective à ce sujet concerne le développement d'une méthode d'échantillonnage spectral irrégulier et adapté à la nature du champ en entrée : pour de nombreuses textures, le spectre est très creux et l'utilisation d'un test de décorrélation permettrait d'arrêter la décomposition dans certains chemins spécifiques (décorrélation atteinte pour un processus aléatoire d'ondelettes donné).

Concernant la modélisation statistique, la pertinence des modèles Généralisés de Champ Brownien Fractionnaire (GCBF) introduits dans [Atto, Tan, Alata, and Moreaud, 2014c] doit être vérifiée expérimentalement, pour la description de différents types de textures . Ces modèles pourront également être enrichis par composition avec des modèles autorégressifs généralisés [Bel, Oppenheim, Robbiano, and Viano, 1996] afin de prendre en compte des dépendances à la fois sur le long et court terme. L'estimation des paramètres de ces processus généralisés pourra s'inspirer de l'analyse multifractale [Abry, Jaffard, and Lashermes, 2004], [Bacry, Gloter, Hoffmann, and Muzy, 2010] puisque les GCBF possèdent par définition, plusieurs paramètres fractionnaires.

Concernant la modélisation probabiliste, la prise en compte des dépendances résiduelles n'est pas évidente : d'une part, le fait de décomposer de manière très fine le champ aléatoire n'est pas toujours envisageable, d'autre part, les fonctions de dépendances usuelles telles que les copules posent de nombreux problèmes à la fois théoriques et pratiques d'estimation. Une perspective pertinente à ce sujet semble être le choix d'une modélisation jointe statistique et probabiliste avec prise en compte des dépendances résiduelles par une variante du développement d'Edgeworth [Barndorff-Nielsen and Cox, 1994] basée sur des gaussiennes composées [Ovarlez, Pascal, Forster, Ginolhac, and Mahot, 2011].

De nombreux champs d'applications restent encore à explorer, notamment les problèmes de codage/compression conjoint, d'échantillonnage compressif ou de fusion dans un contexte distribué, avec un intérêt potentiel de cette analyse pour les séries temporelles d'images satellitaires et l'imagerie optique 3D.

Pour les séries temporelles d'images, le déploiement de la future constellation 'Sentinel' de satellites imageurs (agence spatiale européenne) sera un cadre idéal de test, de validation et de proposition de nouvelles méthodes/modèles de traitements de données multimodales distribuées. Du fait de la diversité des images Sentinel (modalités radar, optique et infrarouge), ces nouvelles méthodes devront mettre en évidence, les invariances d'un objet observé sous différentes modalités. Cela requiert l'intégration de la connaissance experte [Rejichi, Chaabane, and Tupin, 2015] et l'interaction modèles/connaissances dans les méthodes de détection de changement.

Bibliographie de l'auteur

A. M. Atto. Analyse en ondelettes et par paquets d'ondelettes de processus aléatoires stationnaires et application à l'estimation non-paramétrique. PhD thesis, *Institut Télécom - Télécom Bretagne ; Université de Rennes 1*, 2008. URL https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00384852.

A. M. Atto and Y. Berthoumieu. How to perform texture recognition from stochastic modeling in the wavelet domain. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP,* Prague, Czech Republic, May 22 - 27, 2011. URL http://dx.doi.org/10.1109/ICASSP.2011.5947309.

A. M. Atto and Y. Berthoumieu. Wavelet packets of nonstationary random processes : Contributing factors for stationarity and decorrelation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 58(1), Jan. 2012. URL http://dx.doi.org/10.1109/TIT.2011.2167496.

A. M. Atto and D. Pastor. Central limit theorems for wavelet packet decompositions of stationary random processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(2) :896 – 901, Feb. 2010. URL http://dx.doi.org/10.1109/TSP.2009.2031726.

A. M. Atto, D. Pastor, and G. Mercier. Wavelet packets of fractional brownian motion : Asymptotic analysis and spectrum estimation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 56(9), Sep. 2010. URL http://dx.doi.org/10.1109/TIT.2010.2053865.

A. M. Atto, D. Pastor, and G. Mercier. Wavelet shrinkage : unification of basic thresholding functions and thresholds. *Signal, Image and Video Processing, Springer*, 5(1) :11–28, 2011. ISSN 1863-1703. URL http://dx.doi.org/10.1007/s11760-009-0139-y.

A. M. Atto, Y. Berthoumieu, and P. Bolon. 2-d wavelet packet spectrum for texture analysis. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 22(6) :2495–2500, 2013a. URL http://dx.doi.org/10.1109/TIP.2013.2246524.

A. M. Atto, Y. Berthoumieu, and R. Mégret. Stochasticity : A feature for the structuring of large and heterogeneous image databases. *Entropy*, 15(11) :4782–4801, 2013b. ISSN 1099-4300. URL http://www.mdpi.com/1099-4300/15/11/4782.

A. M. Atto, E. Trouvé, Y. Berthoumieu, and G. Mercier. Multidate divergence matrices for the analysis of sar image time series. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 51(4) :1922–1938, April 2013c. ISSN 0196-2892. URL http://dx.doi.org/10.1109/TGRS.2012.2210228.

A. M. Atto, L. Fillatre, M. Antonini, and I. Nikiforov. Simulation of image time series from dynamical fractional brownian fields. In *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 6086–6090, Oct 2014a. URL http://dx.doi.org/10.1109/ICIP.2014.7026228.

A. M. Atto, K. Salamatian, and P. Bolon. Best basis for joint representation : The median of marginal best bases for low cost information exchanges in distributed signal representation. *Elsevier Information Sciences*, 283(0) :153 – 164, 2014b. ISSN 0020-0255. URL http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2014.06.040.

A. M. Atto, Zhangyun Tan, O. Alata, and M. Moreaud. Non-stationary texture synthesis from random field modeling. In *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 4266–4270, Oct 2014c. URL http://dx.doi.org/10.1109/ICIP.2014.7025866.

A. M. Atto, E. Trouvé, and J.-M. Nicolas. Wavelet operators and multiplicative observation models - application to joint change-detection and regularization of sar image time series. *Preprint*, 2015.

Bibliographie générale

P. Abry, S. Jaffard, and B. Lashermes. Revisiting scaling, multifractal, and multiplicative cascades with the wavelet leader lens. *Proc. SPIE*, 5607 :103–117, 2004. doi : 10.1117/12.581234.

A. Amar, A. Leshem, and M. Gastpar. The distributed karhunen-loève transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(10) :5320 – 5330, Oct. 2010. ISSN 0018-9448. doi : 10.1109/TIT.2006.885449.

V. Arnold. Orbits' statistics in chaotic dynamical systems. *Nonlinearity*, 21 :T109 – T112, 2008.

B. Audit, E. Bacry, J.-F. Muzy, and A. Arneodo. Wavelet-based estimators of scaling behavior. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 48(11) :2938–2954, Nov 2002. ISSN 0018-9448.

A. Ayache, S. Cohen, and J. L. Vehel. The covariance structure of multifractional brownian motion, with application to long range dependence. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP*, 6 :3810 – 3813, June 2000.

E. Bacry, A. Gloter, M. Hoffmann, and J. F. Muzy. Multifractal analysis in a mixed asymptotic framework. *The Annals of Applied Probability*, 20(5) :pp. 1729–1760, 2010. ISSN 10505164.

O. E. Barndorff-Nielsen and D.R. Cox. *Inference and Asymptotics.* Chapman & Hall/CRC, 1994.

A. Baussard, F. Nicolier, and F. Truchetet. Rational multiresolution analysis and fast wavelet transform : application to wavelet shrinkage denoising. *Signal Processing*, 84 (10) :1735 – 1747, 2004. ISSN 0165-1684.

L. Bel, G. Oppenheim, L. Robbiano, and M. C. Viano. Distribution processes of the fractional arma type, mixing properties. *Probability and Mathematical Statistics*, 16 (2) :311–336, 1996.

L. Bel, G. Oppenheim, L. Robbiano, and M.-C. Viano. *Fractional Synthesis, Fractional Filters*, pages 279–299. ISTE, 2010. ISBN 9780470611562.

A. Benassi, S. Jaffard, and D. Roux. Gaussian processes and pseudodifferential elliptic operators. *Rev. Mat. Iberoamericana*, 13(1) :19–89, 1997.

C. S. Burrus, R. A. Gopinath, and H. Guo. *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms : A Primer*. Prentice Hall, 1998.

E. Candès, L. Demanet, D. Donoho, and L. Ying. Fast discrete curvelet transforms. *Multiscale Modeling and Simulation*, 5(3) :861 – 899, 2006.

E. J. Candès and D. L. Donoho. Curvelets - a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges. *Curves and Surfaces, L. L. Schumaker et al. (eds), Vanderbilt University Press, Nashville, TN*, 2000.

E. J. Candès and D. L. Donoho. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C^2 singularities. *Communications on Pure and Applied Mathematics, Wiley Periodicals, Inc., A Wiley Company*, 57(2) :219 – 266, 2004.

R. R. Coifman and D. L. Donoho. *Translation invariant de-noising*, pages 125 – 150. Number 103. Lecture Notes in Statistics, 1995.

R. R. Coifman and M. V. Wickerhauser. Entropy-based algorithms for best basis selection. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(2) :713 – 718, Mar. 1992.

P. F. Craigmile and D. B. Percival. Asymptotic decorrelation of between-scale wavelet coefficients. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(3) :1039 – 1048, Mar. 2005.

I. Daubechies. *Ten lectures on wavelets*. SIAM, Philadelphie, PA, 1992.

L. Delbeke and P. Abry. Stochastic integral representation and properties of the wavelet coefficients of linear fractional stable motion. *Stochastic Processes and their Applications*, 86(2) :177 – 182, 2000. ISSN 0304-4149.

R. W. Dijkerman and R. R. Mazumdar. On the correlation structure of the wavelet coefficients of fractional brownian motion. *IEEE Transactions on Information Theory*, 40(5) :1609 – 1612, Sep. 1994.

M. N. Do and M. Vetterli. Wavelet-based texture retrieval using generalized gaussian density and kullback-leibler distance. *IEEE Transactions on Image Processing*, 11 (2) :146 – 158, Feb. 2002.

D. L. Donoho. Nonlinear wavelet methods for recovery of signals, densities, and spectra from indirect noisy data. *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, 1993.

D. L. Donoho and I. M. Johnstone. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 81(3) :425 – 455, Aug. 1994.

P. Flandrin. Wavelet analysis and synthesis of fractional brownian motion. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(2) :910 – 917, Mar. 1992.

M. Gastpar, P. L. Dragotti, and M. Vetterli. The distributed karhunen-loève transform. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(12) :5177 – 5196, Dec. 2006. ISSN 0018-9448. doi : 10.1109/TIT.2006.885449.

H. L. Gray, N.-F. Zhang, and W. A. Woodward. On generalized fractional processes. *Journal of Time Series Analysis*, 10(3) :233 – 257, May 1989.

V. G. Gurzadyan and A. A. Kocharyan. Kolmogorov stochasticity parameter measuring the randomness in the cosmic microwave background. *Astronomy & Astrophysics*, 492 (2) :L33 – L34, Dec. 2008.

Stéphane Jaffard. Pointwise smoothness, two-microlocalization and wavelet coefficients. In *Publicacions Matematiques*, volume 35, pages 155–168, 1991.

A. N. Kolmogorov. Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *G. Ist. Ital. Attuari*, 4 :83 – 91, 1933.

Dirk P. Kroese and Zdravko I. Botev. Spatial process generation. *arXiv* eprint available at http://arxiv.org/abs/1308.0399, 2013.

R. Kwitt and A. Uhl. Image similarity measurement by Kullback-Leibler divergences between complex wavelet subband statistics for texture retrieval. *IEEE International Conference on Image Processing, ICIP,* San Diego, California, USA, 12 - 15 October, pages 933 – 936, 2008.

D. Leporini and J.-C. Pesquet. High-order wavelet packets and cumulant field analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(3) :863 – 877, Apr. 1999.

J. Lin, N. Saito, and R. Levine. Edgeworth approximation of the Kullback-Leibler distance towards problems in image analysis. *Univ. California, Davis. Tech. Rep. [Online]. Available : http://www.math.ucdavis.edu/~saito*, 1999.

S. Mallat. *A wavelet tour of signal processing, second edition.* Academic Press, 1999.

Benoit B. Mandelbrot and John W. Van Ness. Fractional brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Review*, 10(4) :422–437, 1968.

P. McCullagh. *Tensor Methods in Statistics.* London, U.K. : Chapman & Hall, 1987.

D. Mendlovic, Z. Zalevsky, D. Mas, J. Garcia, and C. Ferreira. Fractional wavelet transform. *Applied Optics*, 36(20) :4801–4806, Jul 1997.

J.-P. Ovarlez, F. Pascal, P. Forster, G. Ginolhac, and M. Mahot. Traitement STAP et modélisation SIRV : robustesse et persymétrie. *Traitement du Signal*, 28/1-2 :113 – 142, 2011.

D. Pastor and R. Gay. Décomposition d'un processus stationnaire du second ordre : Propriétés statistiques d'ordre 2 des coefficients d'ondelettes et localisation frequentielle des paquets d'ondelettes. *Traitement du Signal*, 12(5), 1995.

Romain-François Peltier and Jacques Lévy Véhel. Multifractional Brownian Motion : Definition and Preliminary Results. Rapport de recherche RR-2645, INRIA, 1995. Projet FRACTALES.

R. Ramachandran and P. Beaumont. Robust estimation of garma model parameters with an application to cointegration among interest rates of industrialized countries. *Computational Economics*, 17(2-3) :179 – 201, 2001.

S. Rejichi, F. Chaabane, and F. Tupin. Expert knowledge-based method for satellite image time series analysis and interpretation. *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of*, 8(5) :2138–2150, May 2015. ISSN 1939-1404.

G. Samorodnitsky and M. S. Taqqu. *Stable non-Gaussian random processes : stochastic models with infinite variance.* Chapman and Hall/CRC, Stochastic Modeling Series, 1994.

G. Shen and A. Ortega. Transform-based distributed data gathering. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 58(7) :3802 – 3815, July 2010.

A. Stuart and J. K. Ord. *Kendall's Advanced Theory of Statistics.* 5th ed. London, U.K. : Arnold, 1991.

S. Touati and J.-C. Pesquet. Some results on the wavelet packet decomposition of nonstationary processes. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2002(11) :1289 – 1295, Nov. 2002.

D. Veitch and P. Abry. A wavelet-based joint estimator of the parameters of long-range dependence. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 45(3) :878–897, Apr 1999. ISSN 0018-9448.

M. V. Wickerhauser. Inria lectures on wavelet packet algorithms. *in* Problèmes Non-Linéaires Appliqués, Ondelettes et Paquets D'Ondes*, P.-L. Lions, Ed., INRIA, Roquencourt, France*, pages 31 – 99, June 1991.

W. A. Woodward, Q. C. Cheng, and H. L. Gray. A k-factor garma long-memory model. *Journal of Time Series Analysis*, 19(4) :485 – 504, Jul. 1998.