120

EVALUATION MULTICRITERE : UNE APPROCHE QUALITATIVE

Bernard Fustier, Professeur à l'Université de Corse (20250 CORTE)

Abstract :Generally considered as a first step in decision making, the evaluation activity consists in defining numerical functions called "criteria of choice". To put qualitative points of view (or non measurable signifiance axis) into quantitative criteria is, in practice, a difficult problem which solution is not arbitrary-free. Its follows that the numerical evaluations of the different possible actions have not the exactness of measures, they are generally tainted of imprecision. In this paper the qualitative notion of "criterion of evaluation" takes the place of the quantitative concept of criterion of choice. The evaluation activity is done in a purely qualitative way; furthermore it is not necessary dependent on a decisional objective. Instead of constructing quantitative criteria in all circumstance, we prefer "qualify" everything with judgments given by experts. The evaluation objective is subdivided into subobjectives which represent properties to be associated with elements of a given set (the set of actions in a decisional view, the set of "objects" in a more general context). Using a verbal scale of evaluation, experts determine adequation degrees of these proprties to each object. The same scale is used for estimating the importance of properties. Such data contain a part of imprecision. But it is not proved that this one is upper than the amount of imprecision associated to numerical evaluations. The second stage of evaluation activity consists in giving, for each object, a general qualitative valuation with regard to all properties (although we are not bound to indicate the "best" object). The synthesis process presented in this paper is based upon operators of fuzzy logic. But in order to avoid any ambiguity with a reversion to numerical data, we express the logical "value" of fuzzy propositions by the degrees of the verbal scale of evaluation (and not with a value belonging to [0, 1] as described in the classical fuzzy logic studies).

1. CONTEXTE DE L'EVALUATION.

1.1. OBJECTIF DU PROBLEME D'EVALUATION.

Soit $I = \{ 1 \ldots i \ldots n \}$ l'ensemble des objets à évaluer, et $J = \{ 1 \ldots j \ldots m \}$ la liste des points de vue à considérer dans le problème d'évaluation. Les points de vue sont assimilés à des propriétés (ou attributs) susceptibles de caractériser les éléments du premier ensemble; la liste des points de vue est obtenue par décomposition de l'objectif général en sous-objectifs indépendants et d'importances non nécessairement égales. La première étape de la procédure d'évaluation consiste à apprécier le niveau d'adéquation des objets aux propriétés et à estimer l'importance qui revient à chaque propriété dans la détermination de l'objectif général. La seconde étape consiste à synthétiser l'information obtenue. Les évaluations globales permettent d'obtenir un pré-ordre sur I: Mais en l'absence d'information sur les préférences d'un éventuel décideur, le classement obtenu est purement indicatif, il n'a pas pour finalité de désigner "la meilleure action" (d'ailleurs, on utilise ici le terme "objet").

120

EVALUATION MULTICRITERE : UNE APPROCHE QUALITATIVE

Bernard Fustier, Professeur à l'Université de Corse (20250 CORTE)

Abstract :Generally considered as a first step in decision making, the evaluation activity consists in defining numerical functions called "criteria of choice". To put qualitative points of view (or non measurable signifiance axis) into quantitative criteria is, in practice, a difficult problem which solution is not arbitrary-free. Its follows that the numerical evaluations of the different possible actions have not the exactness of measures, they are generally tainted of imprecision. In this paper the qualitative notion of "criterion of evaluation" takes the place of the quantitative concept of criterion of choice. The evaluation activity is done in a purely qualitative way; furthermore it is not necessary dependent on a decisional objective. Instead of constructing quantitative criteria in all circumstance, we prefer "qualify" everything with judgments given by experts. The evaluation objective is subdivided into subobjectives which represent properties to be associated with elements of a given set (the set of actions in a decisional view, the set of "objects" in a more general context). Using a verbal scale of evaluation, experts determine adequation degrees of these proprties to each object. The same scale is used for estimating the importance of properties. Such data contain a part of imprecision. But it is not proved that this one is upper than the amount of imprecision associated to numerical evaluations. The second stage of evaluation activity consists in giving, for each object, a general qualitative valuation with regard to all properties (although we are not bound to indicate the "best" object). The synthesis process presented in this paper is based upon operators of fuzzy logic. But in order to avoid any ambiguity with a reversion to numerical data, we express the logical "value" of fuzzy propositions by the degrees of the verbal scale of evaluation (and not with a value belonging to [0, 1] as described in the classical fuzzy logic studies).

1. CONTEXTE DE L'EVALUATION.

1.1. OBJECTIF DU PROBLEME D'EVALUATION.

Soit I = { 1 ... i ... n } l'ensemble des objets à évaluer, et J = { 1 ... j ... m } la liste des points de vue à considérer dans le problème d'évaluation. Les points de vue sont assimilés à des propriétés (ou attributs) susceptibles de caractériser les éléments du premier ensemble; la liste des points de vue est obtenue par décomposition de l'objectif général en sous-objectifs indépendants et d'importances non nécessairement égales. La première étape de la procédure d'évaluation consiste à apprécier le niveau d'adéquation des objets aux propriétés et à estimer l'importance qui revient à chaque propriété dans la détermination de l'objectif général. La seconde étape consiste à synthétiser l'information obtenue. Les évaluations globales permettent d'obtenir un pré-ordre sur I: Mais en l'absence d'information sur les préférences d'un éventuel décideur, le classement obtenu est purement indicatif, il n'a pas pour finalité de désigner "la meilleure action" (d'ailleurs, on utilise ici le terme "objet").

1.2. ECHELLE D'EVALUATION VERBALE, CRITERES D'EVALUATION, STRUCTURE DE PONDERATION, PROFILS.

Une échelle d'évaluation verbale est un ensemble discret, noté E, totalement ordonné, dont les éléments - appelés échelons - sont des attributs verbaux. CardE est un nombre fini. On conviendra de définir la hauteur de l'échelle E par: h = cardE - 1.

- supE - - e - - infE	attributs verbaux

On appelle:

1) critère d'évaluation associé à la propriété j, l'application :

$$p_j : I \text{-------}> E$$
$$i \text{-------}> p_j(i)$$

où $p_j(i)$ représente le niveau de vérité de la proposition: " l'objet i possède la propriété j "

2) structure de pondération sur J, l'application:

$$p : J \text{-------}> E$$
$$j \text{-------}> p(j)$$

où p(j) représente le niveau de vérité de la proposition: " la propriété j est importante "

Dans la procédure d'évaluation, le premier échelon (infE) signifie que les propositions précédemment formulées sont "fausses"; le dernier échelon (supE) indique qu'elles sont "vraies". En particulier, si p(j) = supE, on dira que j est une propriété <u>fondamentale</u>. On fait l'hypothèse qu'il existe <u>au moins une</u> propriété fondamentale, c'est-à-dire: $V \{p(j) \mid j=1...m\} = supE$ (V désignant l'opérateur "max"). Mais en dehors de ces situations limites, les échelons intermédiaires serviront à nuancer la valeur logique des propositions, même lorsque celles-ci incorporent des propriétés "facilement quantifiables" (doit-on refuser, par exemple, d'associer la propriété de limpidité à une quantité d'eau contenant deux ou trois microrganismes en suspension? Sinon quel est le seuil au - delà duquel l'eau cesse d'être limpide?)

Dans ces conditions, on appelle:

1) profil de l'objet i, la suite des évaluations partielles $\{ p_j(i) \mid j = 1 ... m \}$

2) profil de l'objet <u>idéal</u>, la suite des "poids qualitatifs" $\{p(j) \mid j = 1 ... m\}$.

L'estimation de l'importance d'une propriété dans le problème d'évaluation correspond en effet à une évaluation partielle jugée "idéale" par les experts: l'objet idéal est noté u. Nous dirons que le profil d'un objet est : <u>vide</u> si toutes ses composantes sont égales à infE, <u>plein</u> si toutes ses composantes sont égales à supE (le profil de u est plein si toutes les propriétés j sont fondamentales). D'un point de vue pratique, il

121

1.2. ECHELLE D'EVALUATION VERBALE, CRITERES D'EVALUATION, STRUCTURE DE PONDERATION, PROFILS.

Une échelle d'évaluation verbale est un ensemble discret, noté E, totalement ordonné, dont les éléments - appelés échelons - sont des attributs verbaux. CardE est un nombre fini. On conviendra de définir la hauteur de l'échelle E par: h = cardE - 1.

- supE - - e - - infE	attributs verbaux

On appelle:

1) critère d'évaluation associé à la propriété j, l'application :

$$p_j : I \text{-------}> E$$
$$i \text{-------}> p_j(i)$$

où $p_j(i)$ représente le niveau de vérité de la proposition: " l'objet i possède la propriété j "

2) structure de pondération sur J, l'application:

$$p : J \text{-------}> E$$
$$j \text{-------}> p(j)$$

où p(j) représente le niveau de vérité de la proposition: " la propriété j est importante "

Dans la procédure d'évaluation, le premier échelon (infE) signifie que les propositions précédemment formulées sont "fausses"; le dernier échelon (supE) indique qu'elles sont "vraies". En particulier, si p(j) = supE, on dira que j est une propriété <u>fondamentale</u>. On fait l'hypothèse qu'il existe <u>au moins une</u> propriété fondamentale, c'est-à-dire: $V \{p(j) \mid j=1...m\} = supE$ (V désignant l'opérateur "max"). Mais en dehors de ces situations limites, les échelons intermédiaires serviront à nuancer la valeur logique des propositions, même lorsque celles-ci incorporent des propriétés "facilement quantifiables" (doit-on refuser, par exemple, d'associer la propriété de limpidité à une quantité d'eau contenant deux ou trois microrganismes en suspension? Sinon quel est le seuil au - delà duquel l'eau cesse d'être limpide?)

Dans ces conditions, on appelle:

1) profil de l'objet i, la suite des évaluations partielles $\{ p_j(i) \mid j = 1 ... m \}$

2) profil de l'objet <u>idéal</u>, la suite des "poids qualitatifs" $\{p(j) \mid j = 1 ... m\}$.

L'estimation de l'importance d'une propriété dans le problème d'évaluation correspond en effet à une évaluation partielle jugée "idéale" par les experts: l'objet idéal est noté u. Nous dirons que le profil d'un objet est : <u>vide</u> si toutes ses composantes sont égales à infE, <u>plein</u> si toutes ses composantes sont égales à supE (le profil de u est plein si toutes les propriétés j sont fondamentales). D'un point de vue pratique, il

importe que toutes ces évaluations correspondent à des échelons clairement libellés et que la suite des attributs retenus présente une certaine cohérence de manière à éviter toute ambiguïté dans l'ordre où ils se succèdent le long de l'échelle. Celà suppose des structures relativement simples (cardE petit) , par exemple:

E' =	↑ - vrai - presque vrai - assez vrai - à moitié vrai - assez faux - presque faux - faux	E'' =	↑ - très bon - bon - neutre - mauvais - très mauvais

Cette précaution n'est pas inutile, car dans certaines expériences fondées sur l'utilisation de l'échelle E' (qui possède 7 échelons, nombre souvent recommandé:OSGOOD and all.1957), on s'est rendu compte que les adverbes "presque" et "assez" prêtaient souvent à confusion. Des experts avaient tendance à considérer que "assez faux" précédait "presque faux" et que, inversement, "presque vrai" était situé en-dessous "assez vrai". Pour renforcer la cohérence interne de l'échelle, on impose que chaque échelon possède un <u>opposé</u>, c'est-à-dire un attribut qui, dans le langage courant, possède un "sens opposé" au premier. Sur E', par exemple, l'opposé de "faux" est "vrai", l'opposé de "presque faux" est "presque vrai" etc... Cette correspondance est intuitive, mais il convient de la formaliser, car elle servira ultérieurement de point d'appui à l'opérateur de négation.

1.3. RELATION D'ELOIGNEMENT, OPPOSE D'UN ATTRIBUT VERBAL.

Introduisons une relation sur E , notée $<_t$, et définie de la manière suivante:

$$e <_t e' \text{ vraie } <=> e \text{ est le } t^{è} \text{ élément précédant } e' \text{ dans l'ordre établi sur E.}$$

Cette définition est complétée par la convention:

$$e <_0 e' \text{ vraie } <=> e = e' \text{ (même échelon).}$$

Dans le cas où e ne dépasse pas le niveau de e' sur E, on voit que : $t = 0,1...h$ $(h = \text{cardE} - 1)$. En particulier: $e <_h e'$ vraie $<=>$ $e = \text{infE}$ et $e' = \text{supE}$. D'autre part, on constate que: $e <_t \sup E$ est toujours vraie. La relation ainsi introduite est appelée "relation d'éloignement" (l'éloignement de e par rapport à un échelon plus élevé e' est apprécié par l'indice t qui représente en fait le nombre d'échelons inférieurs à e' qu'il faut "descendre" pour atteindre e). Elle est utilisée pour définir l'opposé d'un attribut verbal.

L'opposé de e est défini par l'échelon de E, noté e*, tel que:

$$e <_t \sup E => e^* \text{ est le } t - 1^{è} \text{ élément de E.}$$

122

importe que toutes ces évaluations correspondent à des échelons clairement libellés et que la suite des attributs retenus présente une certaine cohérence de manière à éviter toute ambiguïté dans l'ordre où ils se succèdent le long de l'échelle. Celà suppose des structures relativement simples (cardE petit) , par exemple:

E' =	↑ - vrai - presque vrai - assez vrai - à moitié vrai - assez faux - presque faux - faux	E'' =	↑ - très bon - bon - neutre - mauvais - très mauvais

Cette précaution n'est pas inutile, car dans certaines expériences fondées sur l'utilisation de l'échelle E' (qui possède 7 échelons, nombre souvent recommandé:OSGOOD and all.1957), on s'est rendu compte que les adverbes "presque" et "assez" prêtaient souvent à confusion. Des experts avaient tendance à considérer que "assez faux" précédait "presque faux" et que, inversement, "presque vrai" était situé en-dessous "assez vrai". Pour renforcer la cohérence interne de l'échelle, on impose que chaque échelon possède un <u>opposé</u>, c'est-à-dire un attribut qui, dans le langage courant, possède un "sens opposé" au premier. Sur E', par exemple, l'opposé de "faux" est "vrai", l'opposé de "presque faux" est "presque vrai" etc... Cette correspondance est intuitive, mais il convient de la formaliser, car elle servira ultérieurement de point d'appui à l'opérateur de négation.

1.3. RELATION D'ELOIGNEMENT, OPPOSE D'UN ATTRIBUT VERBAL.

Introduisons une relation sur E , notée $<_t$, et définie de la manière suivante:

$$e <_t e' \text{ vraie } <=> e \text{ est le } t^{è} \text{ élément précédant } e' \text{ dans l'ordre établi sur E.}$$

Cette définition est complétée par la convention:

$$e <_0 e' \text{ vraie } <=> e = e' \text{ (même échelon).}$$

Dans le cas où e ne dépasse pas le niveau de e' sur E, on voit que : $t = 0,1...h$ $(h = \text{cardE} - 1)$. En particulier: $e <_h e'$ vraie $<=>$ $e = \text{infE}$ et $e' = \text{supE}$. D'autre part, on constate que: $e <_t \sup E$ est toujours vraie. La relation ainsi introduite est appelée "relation d'éloignement" (l'éloignement de e par rapport à un échelon plus élevé e' est apprécié par l'indice t qui représente en fait le nombre d'échelons inférieurs à e' qu'il faut "descendre" pour atteindre e). Elle est utilisée pour définir l'opposé d'un attribut verbal.

L'opposé de e est défini par l'échelon de E, noté e*, tel que:

$$e <_t \sup E => e^* \text{ est le } t + 1^{è} \text{ élément de E.}$$

Pour l'échelle E', on obtient les résultats suivants:

$e <_6$ sup E (e = faux)	=>	e* = 7è élément de E (vrai)
$e <_5$ sup E (e=presque faux)	=>	e* = 6è élément de E (presque vrai)
- - - - - -		- - - - - -
$e <_1$ sup E (e = presque vrai)	=>	e* = 2è élément de E (presque faux)
$e <_0$ sup E (e = vrai)	=>	e*= 1er élément de E (faux)

Cette procédure revient à inverser l'ordre sur E.. Pour E", on vérifie que:

e	------->	e*
- très bon		- très mauvais
- bon	↑ ↓	- mauvais
- neutre		- neutre
- mauvais		- bon
- très mauvais		- très bon

On vérifie, en outre, les propriétés suivantes :

P1. $(m_E)^* = m_E$. (m_E désigne l'échelon médian de E si, toutefois, un tel échelon existe)

P2.. $(e^*)^* = e$ (quel que soit l'échelon considéré)

D'autre part, étant donné une suite quelconque d'échelons S = [e, f, g ...] et la suite de leurs opposés S*= [e*, f*, g*...] , L désignant l'opérateur "min" et V l'opérateur "max", on vérifie que:

P3. (V [S*])* = L [S] (l'opposé de l'échelon le plus élevé de S* est l'échelon le moins élevé de S)

P3'.(L [S])* = V [S*] (l'opposé de l'échelon le moins élevé de S est l'échelon le plus élevé de S*).

2. SYNTHESE DES EVALUATIONS.

2.1. FONDEMENTS THEORIQUES.

Dans le cadre de la nouvelle théorie des choix de consommation (LANCASTER 1971), ce n'est pas le bien en lui-même qui procure de l'utilité, mais les quantités de caractéristiques qui y sont incorporées et qui définissent le "faisceau de caractéristiques" de ce bien. La notion de profil est ici l'analogue qualitatif du "faisceau de caractéristiques". De ce fait, on considère que le profil d'un objet produit de l'utilité dans la phase qui consiste à transformer les évaluations partielles en évaluations globales (nous dirons "satisfaction" pour éviter toute ambiguïté avec le concept économique d'utilité). Lla satisfaction est d'autant plus élevée que les composantes du profil sont "hautes". Mais si les composantes sont "basses" ou, en tout cas, moins élevées

123

Pour l'échelle E', on obtient les résultats suivants:

$e <_6$ sup E (e = faux)	=>	e* = 7è élément de E (vrai)
$e <_5$ sup E (e=presque faux)	=>	e* = 6è élément de E (presque vrai)
- - - - - -		- - - - - -
$e <_1$ sup E (e = presque vrai)	=>	e* = 2è élément de E (presque faux)
$e <_0$ sup E (e = vrai)	=>	e*= 1er élément de E (faux)

Cette procédure revient à inverser l'ordre sur E.. Pour E", on vérifie que:

e	------->	e*
- très bon		- très mauvais
- bon	↑ ↓	- mauvais
- neutre		- neutre
- mauvais		- bon
- très mauvais		- très bon

On vérifie, en outre, les propriétés suivantes :

P1. $(m_E)^* = m_E$. (m_E désigne l'échelon médian de E si, toutefois, un tel échelon existe)

P2.. $(e^*)^* = e$ (quel que soit l'échelon considéré)

D'autre part, étant donné une suite quelconque d'échelons S = [e, f, g ...] et la suite de leurs opposés S*= [e*, f*, g*...] , L désignant l'opérateur "min" et V l'opérateur "max", on vérifie que:

P3. (V [S*])* = L [S] (l'opposé de l'échelon le plus élevé de S* est l'échelon le moins élevé de S)

P3'.(L [S])* = V [S*] (l'opposé de l'échelon le moins élevé de S est l'échelon le plus élevé de S*).

2. SYNTHESE DES EVALUATIONS.

2.1. FONDEMENTS THEORIQUES.

Dans le cadre de la nouvelle théorie des choix de consommation (LANCASTER 1971), ce n'est pas le bien en lui-même qui procure de l'utilité, mais les quantités de caractéristiques qui y sont incorporées et qui définissent le "faisceau de caractéristiques" de ce bien. La notion de profil est ici l'analogue qualitatif du "faisceau de caractéristiques". De ce fait, on considère que le profil d'un objet produit de l'utilité dans la phase qui consiste à transformer les évaluations partielles en évaluations globales (nous dirons "satisfaction" pour éviter toute ambiguïté avec le concept économique d'utilité). Lla satisfaction est d'autant plus élevée que les composantes du profil sont "hautes". Mais si les composantes sont "basses" ou, en tout cas, moins élevées

que celles du profil de l'objet idéal, le profil en question génère en même temps un certain "regret". C'est en combinant ces deux notions - satisfaction et regret - que sera définie une évaluation globale pour chaque objet.

Ces deux notions sont définies puis traitées dans le cadre d'un calcul propositionnel flou adapté à la qualification verbale de la valeur logique des propositions. Par rapport au calcul propositionnel de ZADEH (1965), où les niveaux de vérité sont des éléments de [0, 1], la modification concerne l'opérateur de négation. Soit a(x) l'échelon de E donnant le niveau de vérité de la proposition " x possède a ". On définit présentement le niveau de vérité de la proposition " x NE possède PAS a " par l'opposé de a(x), c'est-à-dire par l'élément de E, noté a*(x), tel que:

$$a(x) <_t \sup E \implies a^*(x) \text{ est le } t-1^{\text{è}} \text{ élément de E.}$$

Les opérateurs de disjonction "max" (V) et de conjonction "min" (L) utilisés dans le cas [0, 1] sont directement transposables au cas non numérique puisque l'ensemble E est totalement ordonné.

2.2. PROCEDURE DE SYNTHESE.

2.2.1. Satisfaction produite par un profil. L''indice de satisfaction résultant de l'évaluation d'un objet i sur une propriété j est défini par:

(1) $$s_j(i) = pj(i) \;L\; p(j)$$

Cet indice de satisfaction partielle correspond au niveau de vérité de "i possède j ET j est importante". Ainsi, une "bonne" évaluation ne procure pas nécessairement une "forte" satisfaction, encore faut-il que l'évaluation provienne d'une propriété importante. On note que la satisfaction résultant de l'évaluation de l'objet idéal sur j est la jè composante du vecteur de pondération:

(1.a) $$s_j(u) = p(j).$$

On observe que la satisfaction résultant de l'évaluation de i sur j ne peut pas dépasser $s_j(u)$:

(1.b) $$sj(i) <_t p(j) \text{ vraie } \quad (\text{avec } t = 0 \text{ si } pj(i) \text{ dépasse ou est situé au même niveau que } p(j))$$

En résumant "i possède j ET j est importante", par : " l'évaluation de i sur j est source de satisfaction ", l'indice de satisfaction global produit par le profil de i est obtenu par le niveau de vérité de la disjonction (au sens large): " l'évaluation de i sur 1 OU sur 2 OU ...sur la dernière propriété est source de satisfaction ", soit:

(2) $$s(i) = V\,[s_j(i) \mid j = 1 \dots m] = V\,[\,pj(i) \;L\; p(j) \mid j = 1 \dots m\,]$$

124

que celles du profil de l'objet idéal, le profil en question génère en même temps un certain "regret". C'est en combinant ces deux notions - satisfaction et regret - que sera définie une évaluation globale pour chaque objet.

Ces deux notions sont définies puis traitées dans le cadre d'un calcul propositionnel flou adapté à la qualification verbale de la valeur logique des propositions. Par rapport au calcul propositionnel de ZADEH (1965), où les niveaux de vérité sont des éléments de [0, 1], la modification concerne l'opérateur de négation. Soit a(x) l'échelon de E donnant le niveau de vérité de la proposition " x possède a ". On définit présentement le niveau de vérité de la proposition " x NE possède PAS a " par l'opposé de a(x), c'est-à-dire par l'élément de E, noté a*(x), tel que:

$$a(x) <_t \sup E \implies a^*(x) \text{ est le } t+1^{\text{è}} \text{ élément de E.}$$

Les opérateurs de disjonction "max" (V) et de conjonction "min" (L) utilisés dans le cas [0, 1] sont directement transposables au cas non numérique puisque l'ensemble E est totalement ordonné.

2.2. PROCEDURE DE SYNTHESE.

2.2.1. Satisfaction produite par un profil. L''indice de satisfaction résultant de l'évaluation d'un objet i sur une propriété j est défini par:

(1) $$s_j(i) = pj(i) \;L\; p(j)$$

Cet indice de satisfaction partielle correspond au niveau de vérité de "i possède j ET j est importante". Ainsi, une "bonne" évaluation ne procure pas nécessairement une "forte" satisfaction, encore faut-il que l'évaluation provienne d'une propriété importante. On note que la satisfaction résultant de l'évaluation de l'objet idéal sur j est la jè composante du vecteur de pondération:

(1.a) $$s_j(u) = p(j).$$

On observe que la satisfaction résultant de l'évaluation de i sur j ne peut pas dépasser $s_j(u)$:

(1.b) $$sj(i) <_t p(j) \text{ vraie } \quad (\text{avec } t = 0 \text{ si } pj(i) \text{ dépasse ou est situé au même niveau que } p(j))$$

En résumant "i possède j ET j est importante", par : " l'évaluation de i sur j est source de satisfaction ", l'indice de satisfaction global produit par le profil de i est obtenu par le niveau de vérité de la disjonction (au sens large): " l'évaluation de i sur 1 OU sur 2 OU ...sur la dernière propriété est source de satisfaction ", soit:

(2) $$s(i) = V\,[s_j(i) \mid j = 1 \dots m] = V\,[\,pj(i) \;L\; p(j) \mid j = 1 \dots m\,]$$

Les résultats suivants sont démontrés en annexe:

(2.a) $s(u) = \sup E$. (u = objet idéal)
(2.b) profil de i plein $\Rightarrow s(i) = \sup E$.
(2.c) profil de i vide $\Rightarrow s(i) = \inf E$.
(2.d) $p(j°) = p_{j°}(i) = \sup E \Rightarrow s(i) = \sup E$.

Ce dernier résultat montre que l'indice de satisfaction ne permet pas d'établir à lui seul une synthèse correcte des évaluations: si un objet possèdat <u>pleinement</u> une propriété <u>fondamentale</u>, Son profil produit un indice de satisfaction maximal, quel que soit le niveau de ses autres composantes (même si celles-ci sont égales à infE). Le résultat (2.d) admet d'ailleurs comme cas particuliers les résultats (2.a) et (2.b):

2.2.2. <u>Regret produit par un profil</u>. On appelle regret produit par l'évaluation de i sur j (ou regret partiel), l'élément de E, noté $r_j(i)$, tel que :

(3) $s_j(i) <_t p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le $t+1$ème élément de E

Le regret est d'autant plus "fort" que l'indice t est élevé. En particulier:

(3.a) $t = 0 \Rightarrow r_j(i) = \inf E$ (aucun regret) ; notamment $r_j(u) = \inf E$.
(3.b) $t = h \Rightarrow r_j(i) = \sup E$ (regret maximal).

En choisissant par exemple l'échelle E' , on obtient :

$s_j(i) <_0 p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le 1er élément (faux)
$s_j(i) <_1 p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le 2ème élément (presque faux)
... ... ---
$s_j(i) <_6 p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le 7ème élément (vrai)

La synthèse des regrets partiels est obtenue d'une manière analogue à (2), soit:

(4) $r(i) = V\,[r_j(i) \mid j = 1 \ldots m]$

A l'exception de (4.a) qui est trivial, les autres résultats sont démontrés en annexe:

(4.a) $r(u) = \inf E$.
(4.b) profil de i plein $\Rightarrow r(i) = \inf E$.
(4.c) profil de i vide $\Rightarrow r(i) = \sup E$.
(4.d) $p(j°) = \sup E$ et $p_{j°}(i) = \inf E \Rightarrow r(i) = \sup E$.

125

Les résultats suivants sont démontrés en annexe:

(2.a) $s(u) = \sup E$. (u = objet idéal)
(2.b) profil de i plein $\Rightarrow s(i) = \sup E$.
(2.c) profil de i vide $\Rightarrow s(i) = \inf E$.
(2.d) $p(j°) = p_{j°}(i) = \sup E \Rightarrow s(i) = \sup E$.

Ce dernier résultat montre que l'indice de satisfaction ne permet pas d'établir à lui seul une synthèse correcte des évaluations: si un objet possèdat <u>pleinement</u> une propriété <u>fondamentale</u>, Son profil produit un indice de satisfaction maximal, quel que soit le niveau de ses autres composantes (même si celles-ci sont égales à infE). Le résultat (2.d) admet d'ailleurs comme cas particuliers les résultats (2.a) et (2.b):

2.2.2. <u>Regret produit par un profil</u>. On appelle regret produit par l'évaluation de i sur j (ou regret partiel), l'élément de E, noté $r_j(i)$, tel que :

(3) $s_j(i) <_t p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le $t+1$ème élément de E

Le regret est d'autant plus "fort" que l'indice t est élevé. En particulier:

(3.a) $t = 0 \Rightarrow r_j(i) = \inf E$ (aucun regret) ; notamment $r_j(u) = \inf E$.
(3.b) $t = h \Rightarrow r_j(i) = \sup E$ (regret maximal).

En choisissant par exemple l'échelle E' , on obtient :

$s_j(i) <_0 p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le 1er élément (faux)
$s_j(i) <_1 p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le 2ème élément (presque faux)
... ... ---
$s_j(i) <_6 p(j) \Rightarrow r_j(i)$ est le 7ème élément (vrai)

La synthèse des regrets partiels est obtenue d'une manière analogue à (2), soit:

(4) $r(i) = V\,[r_j(i) \mid j = 1 \ldots m]$

A l'exception de (4.a) qui est trivial, les autres résultats sont démontrés en annexe:

(4.a) $r(u) = \inf E$.
(4.b) profil de i plein $\Rightarrow r(i) = \inf E$.
(4.c) profil de i vide $\Rightarrow r(i) = \sup E$.
(4.d) $p(j°) = \sup E$ et $p_{j°}(i) = \inf E \Rightarrow r(i) = \sup E$.

Nous savons qu'un profil aussi particulier que [$pj^{\circ}(i)$ = supE et $pj(i)$ = infE pour les autres j] produit une satisfaction maximale à condition que j° soit fondamentale. Mais s'il existe d'autres d'autres propriétés fondamentales (ce qui est vraisemblable) le regret est maximal d'après (4.d) Ce résultat souligne d'ailleurs la **"sévérité" de la notion de regret, car un objet totalement dépourvu d'une propriété fondamentale à un indice de regret maximum, même s'il possède pleinement d'autres propriétés (fondamentales ou non).**

2.2.3. <u>Evaluation globale d'un objet</u>. On appelle non - regret produit par l'évaluation de l'objet i, l'opposé de r(i) , c'est-à-dire:

(5) $r(i) <_t \text{supE} \Rightarrow r^*(i)$ correspond au $t+1^{è}$ élément de E.

Par définition, $r^*(i)$ est le niveau de vérité de la proposition: "l'évaluation de i NE produit PAS de regret". D'après (4.a), 4.b), (4.c) et (4.d), on vérifie respectivement que:

(5.a) $r^*(u)$ = supE
(5.b) profil de i plein => $r^*(i)$ = supE
(5.c) profil de i vide => $r^*(i)$ = infE
(5.d) $p(j^{\circ})$ = supE et $pj^{\circ}(i)$ = infE => $r^*(i)$ = infE

L'évaluation globale d'un objet i est l'élément de E , noté g(i), tel que:

(6) **g(i) = s(i) L r*(i)**

g(i) est le niveau de vérité de: " l'évaluation de l'objet i est source de satisfaction ET NE produit PAS de regret". D'après (2.a) et (5.a), (2.b) et (5.b), (2.c) et (5.c), puis (5.d), on obtient respectivement :

(6.a) **g(u) = supE**
(6.b) **profil de i plein => g(i) = supE**
(6.c) **profil de i vide => g(i) = infE**
(6.d) **p(j°) = supE et pj°(i) = infE => g(i) = infE**

Le résultat (6.d) semble résulter d'une conception relativement sévère de l'évaluation. Toutefois, si on estime qu'une propriété est fondamentale dans le problème d'évaluation, il n'est pas choquant de considérer qu'un objet totalement dépourvu de cette propriété ne satisfasse pas à l'objectif général, d'où une évaluation globale minimale (quel que soit le niveau des autres composantes de son profil).

126

Nous savons qu'un profil aussi particulier que [$pj^{\circ}(i)$ = supE et $pj(i)$ = infE pour les autres j] produit une satisfaction maximale à condition que j° soit fondamentale. Mais s'il existe d'autres d'autres propriétés fondamentales (ce qui est vraisemblable) le regret est maximal d'après (4.d) Ce résultat souligne d'ailleurs la **"sévérité" de la notion de regret, car un objet totalement dépourvu d'une propriété fondamentale à un indice de regret maximum, même s'il possède pleinement d'autres propriétés (fondamentales ou non).**

2.2.3. <u>Evaluation globale d'un objet</u>. On appelle non - regret produit par l'évaluation de l'objet i, l'opposé de r(i) , c'est-à-dire:

(5) $r(i) <_t \text{supE} \Rightarrow r^*(i)$ correspond au $t+1^{è}$ élément de E.

Par définition, $r^*(i)$ est le niveau de vérité de la proposition: "l'évaluation de i NE produit PAS de regret". D'après (4.a), 4.b), (4.c) et (4.d), on vérifie respectivement que:

(5.a) $r^*(u)$ = supE
(5.b) profil de i plein => $r^*(i)$ = supE
(5.c) profil de i vide => $r^*(i)$ = infE
(5.d) $p(j^{\circ})$ = supE et $pj^{\circ}(i)$ = infE => $r^*(i)$ = infE

L'évaluation globale d'un objet i est l'élément de E , noté g(i), tel que:

(6) **g(i) = s(i) L r*(i)**

g(i) est le niveau de vérité de: " l'évaluation de l'objet i est source de satisfaction ET NE produit PAS de regret". D'après (2.a) et (5.a), (2.b) et (5.b), (2.c) et (5.c), puis (5.d), on obtient respectivement :

(6.a) **g(u) = supE**
(6.b) **profil de i plein => g(i) = supE**
(6.c) **profil de i vide => g(i) = infE**
(6.d) **p(j°) = supE et pj°(i) = infE => g(i) = infE**

Le résultat (6.d) semble résulter d'une conception relativement sévère de l'évaluation. Toutefois, si on estime qu'une propriété est fondamentale dans le problème d'évaluation, il n'est pas choquant de considérer qu'un objet totalement dépourvu de cette propriété ne satisfasse pas à l'objectif général, d'où une évaluation globale minimale (quel que soit le niveau des autres composantes de son profil).

2.3. CAS PARTICULIER DE PROPRIETES TOUTES FONDAMENTALES.

Lorsque $p(j) = \sup E$ pour $j = 1$ à m, la relation (1) donne $s_j(i) = p_j(i)$, d'où, conformément à la relation (2): $s(i) = V\ [p_j(i) \mid j = 1...m]$ ($s(i)$ est égale à la plus haute composante du profil) La relation (3) s'écrit maintenant: $p_j(i) <_t \sup E \Rightarrow r_j(i)$ est le $t + 1$ è élément de E, soit d'après la définition de la négation donnée au **paragraphe** 2.1. : $r_j(i) = p^*_j(i)$ (niveau de vérité de :" l'objet i NE possède PAS la propriété j"). Donc $r(i) = V\ [p^*_j(i) \mid j = 1...m]$, et $r^*(i) = (V\ [p^*_j(i) \mid j = 1...m])^* = L\ [p_j(i) \mid j = 1...m]$ d'après la propriété P3 vue au paragraphe 1.3 ($r^*(i)$ est égal à la plus basse composante du profil de i).Finalement, lorsque le profil de l'objet idéal est plein, l'évaluation globale d'un objet est égale à la composante <u>la plus basse</u> de son profil..

3. APPLICATION.

3.1. EXEMPLE ILLUSTRATIF.

Le problème consiste à évaluer la pertinence de stratégies de développement pour un espace insulaire (région de Corse). L'ensemble des stratégies potentielles est le suivant a: extension et aménagement de l'activité touristique sur l'année. b: tisser un tissu industriel à partir de petites et moyennes entreprises. c: favoriser les projets technopolitains. d: encourager la production des richesses locales (forêt, élevage ...) e: instaurer le développement coopératif avec d'autres régions. A partir d'une analyse des problèmes économiques régionaux (secteur résidentiel mal structuré, dépendance externe, chômage important, faiblesse du taux d'activité féminin, entreprises non compétitives ...), on constitue une liste de propriétés susceptibles de caractériser la "pertinence" d'une stratégie de développement pour la région considérée: 1: facilement réalisable. 2: structure le secteur résidentiel. 3: diminue la dépendance externe. 4: diminue le taux de chômage. 5: favorise le taux d'activité féminin. 6: adaptée à la mentalité méditérranéenne. 7: adaptée à la géographie interne. 8: convient à une île. Les évaluations partielles et la structure de pondération (qui représente le profil d'une stratégie jugée idéale pour l'espace insulaire) ont été recueillies par Pascal OBERTI (1993) auprès d'économistes ayant une bonne connaissance des problèmes locaux. Les appréciations obtenues selon l'échelle E' sont les suivantes:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8
a	assez vrai	presque vrai	assez faux	assez vrai	assez vrai	à moitié vrai	vrai	vrai
b	assez faux	vrai	presque vrai	vrai	presque vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai
c	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez vrai	assez faux
d	vrai	assez vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	vrai	vrai	vrai
e	presque faux	presque faux	vrai	assez faux	assez faux	assez vrai	à moitié vrai	vrai

p(j)	assez vrai	vrai	presque vrai	vrai	à moitié vrai	vrai	presque vrai	vrai

127

2.3. CAS PARTICULIER DE PROPRIETES TOUTES FONDAMENTALES.

Lorsque $p(j) = \sup E$ pour $j = 1$ à m, la relation (1) donne $s_j(i) = p_j(i)$, d'où, conformément à la relation (2): $s(i) = V\ [p_j(i) \mid j = 1...m]$ ($s(i)$ est égale à la plus haute composante du profil) La relation (3) s'écrit maintenant: $p_j(i) <_t \sup E \Rightarrow r_j(i)$ est le $t + 1$ è élément de E, soit d'après la définition de la négation donnée au **paragraphe** 2.1. : $r_j(i) = p^*_j(i)$ (niveau de vérité de :" l'objet i NE possède PAS la propriété j"). Donc $r(i) = V\ [p^*_j(i) \mid j = 1...m]$, et $r^*(i) = (V\ [p^*_j(i) \mid j = 1...m])^* = L\ [p_j(i) \mid j = 1...m]$ d'après la propriété P3 vue au paragraphe 1.3 ($r^*(i)$ est égal à la plus basse composante du profil de i).Finalement, lorsque le profil de l'objet idéal est plein, l'évaluation globale d'un objet est égale à la composante <u>la plus basse</u> de son profil..

3. APPLICATION.

3.1. EXEMPLE ILLUSTRATIF.

Le problème consiste à évaluer la pertinence de stratégies de développement pour un espace insulaire (région de Corse). L'ensemble des stratégies potentielles est le suivant a: extension et aménagement de l'activité touristique sur l'année. b: tisser un tissu industriel à partir de petites et moyennes entreprises. c: favoriser les projets technopolitains. d: encourager la production des richesses locales (forêt, élevage ...) e: instaurer le développement coopératif avec d'autres régions. A partir d'une analyse des problèmes économiques régionaux (secteur résidentiel mal structuré, dépendance externe, chômage important, faiblesse du taux d'activité féminin, entreprises non compétitives ...), on constitue une liste de propriétés susceptibles de caractériser la "pertinence" d'une stratégie de développement pour la région considérée: 1: facilement réalisable. 2: structure le secteur résidentiel. 3: diminue la dépendance externe. 4: diminue le taux de chômage. 5: favorise le taux d'activité féminin. 6: adaptée à la mentalité méditérranéenne. 7: adaptée à la géographie interne. 8: convient à une île. Les évaluations partielles et la structure de pondération (qui représente le profil d'une stratégie jugée idéale pour l'espace insulaire) ont été recueillies par Pascal OBERTI (1993) auprès d'économistes ayant une bonne connaissance des problèmes locaux. Les appréciations obtenues selon l'échelle E' sont les suivantes:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8
a	assez vrai	presque vrai	assez faux	assez vrai	assez vrai	à moitié vrai	vrai	vrai
b	assez faux	vrai	presque vrai	vrai	presque vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai
c	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez vrai	assez faux
d	vrai	assez vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	vrai	vrai	vrai
e	presque faux	presque faux	vrai	assez faux	assez faux	assez vrai	à moitié vrai	vrai

p(j)	assez vrai	vrai	presque vrai	vrai	à moitié vrai	vrai	presque vrai	vrai

On construit le tableau des $s_j(i)$ et l'on déduit l'indice de satisfaction $s(i)$ pour chaque stratégie :

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	s(i)
a	assez vrai	presque vrai	assez faux	assez vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	presque vrai	vrai	vrai
b	assez faux	vrai	presque vrai	vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai	vrai
c	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez vrai	assez faux	assez vrai
d	assez vrai	assez vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	vrai	presque vrai	vrai	vrai
e	presque faux	presque faux	presque vrai	assez faux	assez faux	assez vrai	à moitié vrai	vrai	vrai

En comparant les $s_j(i)$ aux $\rho(j)$, on obtient le tableau des $r_j(i)$. Puis on déduit les indices $r(i)$ et $r^*(i)$:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	r(i)	r*(i)
a	faux	presque faux	à moitié vrai	assez faux	faux	à moitié vrai	faux	faux	à moitié vrai	à moitié vrai
b	assez faux	faux	faux	faux	faux	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai
c	assez faux	à moitié vrai	assez faux	assez vrai	faux	à moitié vrai	presqu faux	assez vrai	assez vrai	assez faux
d	faux	assez faux	assez faux	à moitié vrai	faux	faux	faux	faux	à moitié vrai	à moitié vrai
e	à moitié vrai	presque vrai	faux	assez vrai	presqu faux	assez faux	assez faux	faux	presque vrai	presque faux

En prenant l'appréciation la plus basse entre $s(i)$ et $r^*(i)$, on obtient l'indice d'évaluation globale $g(i)$:

$g(a) = g(b) = g(d)$ = à moitié vrai, $g(c)$ = assez faux, $g(e)$ = presque faux.

4.2. RECUEIL DES DONNEES .

4.2.1. Réponses collectives. Les experts entament un dialogue sur le choix de chaque niveau de vérité. Lorsqu'un désaccord semble partager durablement les participants, on retient le niveau de vérité médian comme réponse du groupe; les réponses extrêmes sont réintroduites après coup dans le modèle en vue d'analyser leurs effets sur une éventuelle modification des résultats. C'est de cette manière que les données de 4.1. ont été recueillies.

4.2.2. Réponses indivi duelles Les experts sont interrogés séparément (à l'instar de la méthode DELHI, voir par exemple DALKEY 1969). Puis on procède en deux temps:

(1) synthèse des évaluations par expert :

propriétés — synthèse

objets | évaluations partielles expert n°1 | => | évaluations globales expert n°1

pondérations expert n°1

128

On construit le tableau des $s_j(i)$ et l'on déduit l'indice de satisfaction $s(i)$ pour chaque stratégie :

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	s(i)
a	assez vrai	presque vrai	assez faux	assez vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	presque vrai	vrai	vrai
b	assez faux	vrai	presque vrai	vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai	vrai
c	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez faux	à moitié vrai	à moitié vrai	assez vrai	assez faux	assez vrai
d	assez vrai	assez vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	vrai	presque vrai	vrai	vrai
e	presque faux	presque faux	presque vrai	assez faux	assez faux	assez vrai	à moitié vrai	vrai	vrai

En comparant les $s_j(i)$ aux $\rho(j)$, on obtient le tableau des $r_j(i)$. Puis on déduit les indices $r(i)$ et $r^*(i)$:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	r(i)	r*(i)
a	faux	presque faux	à moitié vrai	assez faux	faux	à moitié vrai	faux	faux	à moitié vrai	à moitié vrai
b	assez faux	faux	faux	faux	faux	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai	à moitié vrai
c	assez faux	à moitié vrai	assez faux	assez vrai	faux	à moitié vrai	presqu faux	assez vrai	assez vrai	assez faux
d	faux	assez faux	assez faux	à moitié vrai	faux	faux	faux	faux	à moitié vrai	à moitié vrai
e	à moitié vrai	presque vrai	faux	assez vrai	presqu faux	assez faux	assez faux	faux	presque vrai	presque faux

En prenant l'appréciation la plus basse entre $s(i)$ et $r^*(i)$, on obtient l'indice d'évaluation globale $g(i)$:

$g(a) = g(b) = g(d)$ = à moitié vrai, $g(c)$ = assez faux, $g(e)$ = presque faux.

4.2. RECUEIL DES DONNEES .

4.2.1. Réponses collectives. Les experts entament un dialogue sur le choix de chaque niveau de vérité. Lorsqu'un désaccord semble partager durablement les participants, on retient le niveau de vérité médian comme réponse du groupe; les réponses extrêmes sont réintroduites après coup dans le modèle en vue d'analyser leurs effets sur une éventuelle modification des résultats. C'est de cette manière que les données de 4.1. ont été recueillies.

4.2.2. Réponses indivi duelles Les experts sont interrogés séparément (à l'instar de la méthode DELHI, voir par exemple DALKEY 1969). Puis on procède en deux temps:

(1) synthèse des évaluations par expert :

propriétés — synthèse

objets | évaluations partielles expert n°1 | => | évaluations globales expert n°1

pondérations expert n°1

objets	évaluations partielles expert n°N	=>	évaluations globales exp. n°N
	pondérations expert n°N		

(2) synthèse des évaluations globales :

	expert n°1	. . .	expert n°N		synthèse finale
objets	évaluations globales expert n°1		évaluations globales expert n°N	=>	évaluations finales
compétences	p(1)	. . .	p(N)		

p(1) . . . p(N) représentent les niveaux de compténce des experts (attributs de E). Dans le cas particulier où chaque expert s'estime "vraiment compétent", nous sommes ramenés au résultat du paragraphe 2.3.: l'évaluation finale d'un objet i est l'évaluation de l'expert le plus sévère (= évaluation globale la plus basse) .

ANNEXE

Démonstration de (2.a). En reportant (1.a) dans (2) on a: $s(u) = V \{ p(j) \mid j = 1...m\} = supE$ par hypothèse.

Démonstration de (2.b). Par définition $s(i) = V [supE \;L\; p(j) \mid j = 1 ... m] = V [p(j) \mid j = 1 ... m] = supE$ par hypothèse.

Démonstration de (2.c). Par définition $s(i) = V [infE \;L\; p(j) \mid j = 1 ... m] = infE$

Démonstration de (2.d). D'après (1) on a: $s_{j°}(i) = SupE \;L\; SupE = SupE$, donc $s(i) = SupE$.

Démonstration de (4.b). Quelle que soit la propriété considérée, on a toujours $s_j(i) = supE \;L\; p(j) = p(j)$, donc $s_j(i) <_0 p(j) \Rightarrow r_j(i) = infE$. D'où $r(i) = infE$.

Démonstration de (4.c). Quelle que soit la propriété considérée, on a toujours: $s_j(i) = infE \;L\; p(j) = infE$. En particulier $s_{j°}(i) = infE$ où j° est une propriété fondamentale (supposée exister). Etant donné que $p(j°) = supE$, on a: $s_{j°}(i) <_t p(j°)$ avec $t = Card\ E-1$, ce qui implique $r_{j°}(i) = supE$ et, finalement, $r(i) = supE$.

Démonstration de (4.d). D'après (1) : $s_{j°}(i) = infE$, le raisonnement est ensuite identique à celui que nous venons de faire pour démontrer (4.c).

REFERENCES:

DALKEY (N). 1969. An experimental Study of Group Opinion: the DELPHI method. Futures, n°5.

LANCASTER (K.J). 1971. Consumer Demand: a New Approach. Columbia University Press, New York.

OBERTI (P) 1993 Evaluation multiobjectifs de stratégies de développement régional. mé.DEA, Un. de Corse.

OSGOOD(C.E), SUCI(G.J) TANNENBAUM (P.H).1957. The Measurement of Meaning. Un. Illinois Press

ROY (B). 1985. Méthodologie multicritère d'aide à la décision. Economica, collection gestion, Paris.

ZADEH (L.A). 1965. *Fuzzy Sets*. Information and Control. Vol.8. 338-353.

129

objets	évaluations partielles expert n°N	=>	évaluations globales exp. n°N
	pondérations expert n°N		

(2) synthèse des évaluations globales :

	expert n°1	. . .	expert n°N		synthèse finale
objets	évaluations globales expert n°1		évaluations globales expert n°N	=>	évaluations finales
compétences	p(1)	. . .	p(N)		

p(1) . . . p(N) représentent les niveaux de compténce des experts (attributs de E). Dans le cas particulier où chaque expert s'estime "vraiment compétent", nous sommes ramenés au résultat du paragraphe 2.3.: l'évaluation finale d'un objet i est l'évaluation de l'expert le plus sévère (= évaluation globale la plus basse) .

ANNEXE

Démonstration de (2.a). En reportant (1.a) dans (2) on a: $s(u) = V \{ p(j) \mid j = 1...m\} = supE$ par hypothèse.

Démonstration de (2.b). Par définition $s(i) = V [supE \;L\; p(j) \mid j = 1 ... m] = V [p(j) \mid j = 1 ... m] = supE$ par hypothèse.

Démonstration de (2.c). Par définition $s(i) = V [infE \;L\; p(j) \mid j = 1 ... m] = infE$

Démonstration de (2.d). D'après (1) on a: $s_{j°}(i) = SupE \;L\; SupE = SupE$, donc $s(i) = SupE$.

Démonstration de (4.b). Quelle que soit la propriété considérée, on a toujours $s_j(i) = supE \;L\; p(j) = p(j)$, donc $s_j(i) <_0 p(j) \Rightarrow r_j(i) = infE$. D'où $r(i) = infE$.

Démonstration de (4.c). Quelle que soit la propriété considérée, on a toujours: $s_j(i) = infE \;L\; p(j) = infE$. En particulier $s_{j°}(i) = infE$ où j° est une propriété fondamentale (supposée exister). Etant donné que $p(j°) = supE$, on a: $s_{j°}(i) <_t p(j°)$ avec $t = Card\ E-1$, ce qui implique $r_{j°}(i) = supE$ et, finalement, $r(i) = supE$.

Démonstration de (4.d). D'après (1) : $s_{j°}(i) = infE$, le raisonnement est ensuite identique à celui que nous venons de faire pour démontrer (4.c).

REFERENCES:

DALKEY (N). 1969. An experimental Study of Group Opinion: the DELPHI method. Futures, n°5.

LANCASTER (K.J). 1971. Consumer Demand: a New Approach. Columbia University Press, New York.

OBERTI (P) 1993 Evaluation multiobjectifs de stratégies de développement régional. mé.DEA, Un. de Corse.

OSGOOD(C.E), SUCI(G.J) TANNENBAUM (P.H).1957. The Measurement of Meaning. Un. Illinois Press

ROY (B). 1985. Méthodologie multicritère d'aide à la décision. Economica, collection gestion, Paris.

ZADEH (L.A). 1965. *Fuzzy Sets*. Information and Control. Vol.8. 338-353.