

APPRENTISSAGE DE FONCTIONS D'APPARTENANCE D'UN SYSTEME DE DECISION FLOU

N. KROUCHEV*, A.M. DESODT, D. JOLLY

Centre d'Automatique de Lille

Université des Sciences et Technologies de Lille

59655 Villeneuve d'Ascq Cedex - France

*Institut de Mathématiques Appliquées et Informatique

Université Technique de Sofia

1756 Sofia - Bulgarie

Résumé: La mise en oeuvre d'un algorithme d'aide à la décision en algèbre floue nécessite la connaissance de fonctions d'appartenance traduisant les préférences du décideur. La difficulté généralement rencontrée consiste, partant des opinions formulées par l'expert à les traduire de façon exploitable par cet algorithme. Il s'agit en fait de résoudre un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes. La méthode et sa réalisation sont présentées, ainsi que les résultats d'un apprentissage d'une Base de Fonctions d'appartenance simplifiée.

1. Introduction :

Les systèmes de conduite et de surveillance avancés de processus industriels, où interviennent un ou plusieurs opérateurs dans la boucle de commande (Figure 1), peuvent se concevoir de nos jours comme des systèmes où l'homme coopère avec la machine dans les tâches de supervision et d'exécution [1]. Réaliser dans ces conditions un système de conduite "intelligent" suppose donc que l'on tienne compte de l'ensemble des paramètres qui peuvent intervenir dans le système et en particulier les paramètres liés à ou aux opérateurs humains. Cette tâche complexe consiste dans un premier temps à modéliser le comportement des opérateurs humain puis à évaluer chacun des paramètres pertinents permettant d'expliquer le fonctionnement global du système. La complexité due à la modélisation nous a fait envisager une autre approche qui consiste à observer le processus durant une phase initiale puis à reproduire ces décisions dans les phases successives produisant de cette façon un modèle basé sur l'apprentissage.

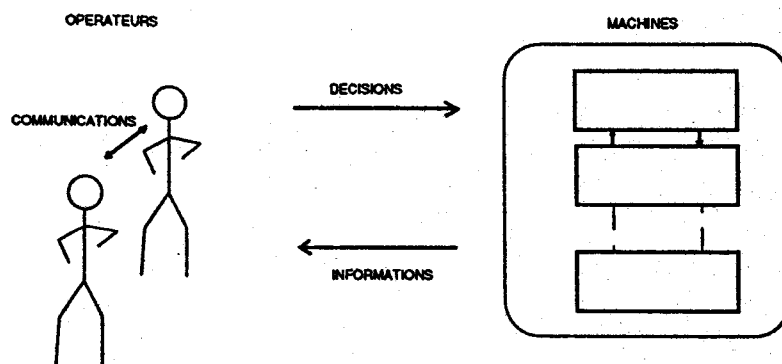


Figure 1

2. Système flou de choix du mode de commande :

Les travaux que doit exécuter le système hommes-machines sont décomposés en un ensemble de tâches qui peuvent être réalisées selon différents modes de commande faisant intervenir de façon diverse les opérateurs humains.

Il s'agit à tout moment de définir la modalité de conduite du système la plus adaptée compte tenu de son état présent. On se trouve donc confronté à un problème multicritère, en effet, l'état du système dépend de facteurs liés à l'opérateur, à la machine et à l'interface de communication entre ces deux éléments. Certains des critères et plus particulièrement ceux liés à l'opérateur humain sont difficilement évaluables, ils ont donc un

degré d'incertitude important. Ce problème est résolu par la mise en oeuvre d'algorithmes de décision flous [2] [3] [4] prenant en compte l'incertitude sur la valeur des critères mais aussi l'incertitude sur les préférences du décideur [5] [6].

Le modèle de préférence du décideur, en fonction de chaque critère (MC est le nombre de critères retenus) vis à vis de chaque mode de commande (MA est le nombre d'actions possibles), est une fonction d'appartenance qui nous donne pour chaque valeur du critère l'appréciation du décideur, l'ensemble des modèles de préférence du décideur constitue ainsi une Base de Fonctions d'Appartenance (BFA). Les critères dont les valeurs sont entachées d'incertitude sont des ensembles flous dont la fonction d'appartenance est modélisée par une forme triangulaire. Il s'agit alors de comparer ces deux ensembles flous : la notion de compatibilité introduite par D. Dubois [7] permet d'obtenir un ensemble flou qui représente pour la valeur actuelle du critère la préférence du décideur et ceci pour chaque action.

Le surclassement peut être réalisé pour chaque couple d'action et pour chaque critère par le calcul de trois indexes : la possibilité de surclassement, la nécessité de surclassement et la possibilité stricte de surclassement [8].

Ces jugements locaux peuvent être agrégés en un jugement global en réalisant la moyenne pondérée sur l'ensemble des critères pour chaque index. On peut alors construire trois graphes dont les noeuds sont les actions possibles et dont les arcs sont valués par chaque index. En calculant pour chaque noeud la différence entre le flux entrant et le flux sortant, on peut définir pour chaque graphe un classement de l'ensemble des actions [9]. On prendra ensuite le classement médian des trois graphes qui constituera le rangement définitif des actions présenté à l'opérateur de conduite [10].

3. Modèle de l'apprentissage :

L'algorithme qui vient d'être décrit peut être considéré comme la chaîne d'action d'un système bouclé dont la sortie serait la décision d'exécuter un mode de commande pris à l'intérieur du domaine des actions possibles. Cette décision est comparée à celle prise préalablement par un ou plusieurs experts, la différence entre ces diverses décisions va nous permettre d'ajuster les fonctions d'appartenance (Figure 2). La connaissance d'une fonction de correction est nécessaire à la mise en oeuvre de ce processus d'apprentissage. Devant la difficulté liée à la détermination de cette fonction nous avons effectivement travaillé sur un mécanisme de décision simplifié utilisant la base des fonctions d'appartenance décrite précédemment, mais menant à des calculs plus raisonnables.

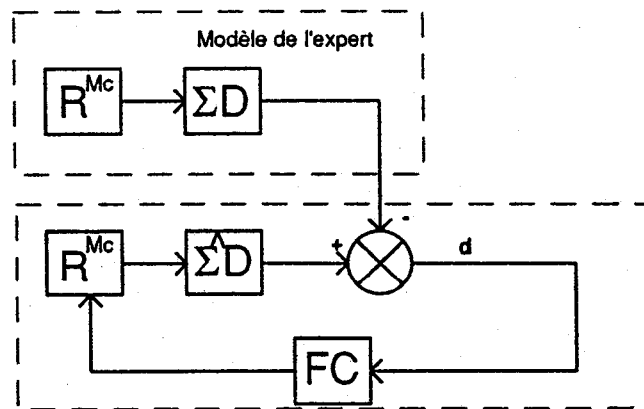


Figure 2

Un grand nombre d'approches, pour acquérir et accumuler de l'information sous forme de fonctions d'appartenance, ont été élaborées dans la théorie des ensembles flous. Ces fonctions sont très souvent la matérialisation des connaissances d'experts humains. Les degrés d'appartenance à un ensemble comprenant un nombre fini de m éléments sont dérivés à partir de relations de préférence $R = [R_{ij}]_{i,j=1..m}$. Pour chaque paire d'éléments (i,j) l'expert choisit celui qui correspond le mieux à la définition de l'ensemble flou en question. Les préférences sont exprimées par des coefficients numériques a_{ij} . Ainsi R est "matérialisée" sous forme de la

matrice $A = [a_{ij}] \in R^{m \times m}$. Celle-ci fait l'objet d'un traitement numérique pour calculer les degrés

d'appartenance recherchés (voir par exemple [11]).

Un nombre important de publications est consacré à ces problèmes. En particulier, elles considèrent la propriété de la relation dite transitivité, c'est-à-dire

$$a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}, \text{ pour chaque } k, i, j = 1 \dots m$$

et aussi les moyens d'obtenir l'enveloppe transitive R de la relation initiale :

min |E|, ainsi que

$$\hat{A} = A + E \text{ et}$$

$$\hat{a}_{ij} = \hat{a}_{ik} \cdot \hat{a}_{kj}, \text{ pour chaque } k, i, j = 1 \dots m$$

La matrice A d'une relation transitive possède des propriétés numériques spéciales qui facilitent le calcul. Par exemple [11] applique la solution d'un problème de valeurs propres dont le vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale est composé par les degrés d'appartenance recherchés.

Il est donc possible d'obtenir les degrés d'appartenance de M_A ensembles flous, dont les éléments sont des vecteurs en \mathfrak{R}^{M_C} . La cardinalité de chaque ensemble est $M_E < \infty$, qui représente le nombre d'états différents du système homme-machine à préclassifier par l'expert ou les experts.

4. Formulation du problème d'optimisation

La base de fonctions d'appartenance (BFA), qui relie les différentes actions aux valeurs des critères correspondants, fait l'objet d'un perfectionnement au cours de l'apprentissage. Le modèle réaliste de ce dernier possède certaines particularités. L'expert prend une décision en évaluant implicitement l'ensemble des critères. Son processus cognitif n'intègre pas la matrice de $M_A \times M_C$ fonctions d'appartenance $\mu_{ij}(\cdot) : \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$, correspondant à chaque paire (action, critère). Il s'agirait plutôt d'une seule fonction multivariable $v(\cdot) : \mathfrak{R}^{M_C} \rightarrow [0, 1]^{M_A}$, englobant aussi bien les connaissances que le mécanisme de prise de décision [12], [13]. L'expert agit en terme de décision à prendre face à une situation donnée.

Si l'expert pouvait générer des points appartenant aux fonctions $\mu_{ij}(\cdot)$, l'apprentissage serait réduit à un problème trivial d'ajustement de courbes, ce n'est pas le cas il faut donc intégrer le modèle de décision.

Chaque $\mu_{ij}(\cdot)$ est discrétisé à l'aide d'un nombre fini de M_p points auxquels sont associés une fonction d'interpolation. Les coordonnées des points constituent donc l'ensemble des paramètres à partir desquels on ajustera la BFA. La qualité de cette forme d'apprentissage peut être évaluée en comparant les décisions prises par divers experts et par le système de supervision pour un ensemble de cas différents.

De façon naturelle ces idées sont formalisées sous forme d'un problème ayant la forme générale suivante :

$$\min_{z \in Z} d(z) \quad (1)$$

où z est le vecteur des paramètres de la BFA et Z l'ensemble des valeurs admissibles. $d(z)$ est une métrique appropriée, qui mesure l'écart entre le système de prise de décision (SPD) et l'expert humain.

Supposons que le mécanisme simplifié de prise de décision soit :

$$\hat{v}_i(\xi, z) = \frac{1}{M_C} \sum_{j=1}^{M_C} \hat{\mu}_{ij}(\xi_j, z) \quad (2)$$

Pour une interpolation linéaire (Figure 3) entre deux points successifs de la représentation discrète de :

$$\hat{\mu}_{ij}(x, z) = y = \frac{1}{x'' - x'} \left[(x - x') \cdot y'' + (x'' - x) \cdot y' \right]$$

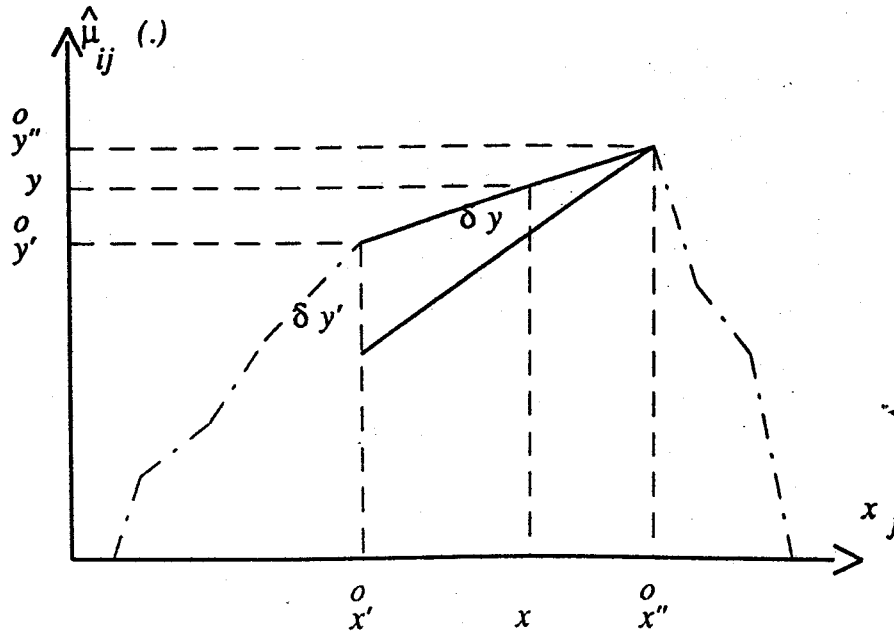


Figure 3

un choix de $d(z)$ est :

$$d(z) = \frac{1}{M_E} \cdot \sum_{k=1}^{M_E} E^k \quad (3a)$$

$$E^k = \frac{1}{M_A} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{M_A} (\varepsilon_i^k)^2 \right\}^{1/2} \quad (3b)$$

$$\varepsilon_i^k = v_i(\xi^k) - \hat{v}_i(\xi^k, z) \quad (3c)$$

où M_E est le nombre de cas différents utilisés pour la comparaison. On peut remarquer que l'ajustement selon (1) est d'autant plus précis que M_E a une valeur importante. Il est facile de voir que si $d(z)$ est calculée par (3), pour chaque z , $d(z) \in [0, 1]$, les deux extrémités de l'intervalle étant atteintes respectivement pour le cas idéal d'"unanimité" et pour le cas de désaccord complet entre l'expert et le SPD.

Du point de vue mathématique, (3) est une fonction lisse ayant pour but de diminuer la dimension du problème d'optimisation. Sans entraîner de pertes de généralité les abscisses des points seront fixés. Alors le vecteur des variables de l'optimisation sera :

$$z = \left[y_{ij}^0 \mid i = 1..M_p, j = 1..M_c \right] \quad (4)$$

$$z \in \mathcal{R}^n, n = M_p \cdot M_c$$

$$Z = \{ z \in \mathcal{R}^n \mid 0 \leq z \leq 1 \}$$

Les contraintes dans Z sont essentielles si les fonctions d'appartenance doivent être normalisées. Il n'est pas admissible d'effectuer la normalisation après l'optimisation car ceci serait équivalent à l'introduction de pondérations différentes pour chaque critère et action. Le problème à résoudre est donc un problème d'optimisation différentiable non linéaire avec contraintes [14], [15]. Les premières dérivées de (3) par rapport aux paramètres du problème (1) sont :

$$\frac{\partial}{\partial y_{ij}^0} d(z) = \frac{1}{M_E M_A M_C} \cdot \sum_{k \in \hat{K}} \left[\frac{\varepsilon_i^k}{E^k} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ij}^0} \mu_{ij}^k(\xi_j^k, z) \right]$$

$$\hat{K} = \left\{ k = 1..M_E \mid \xi_j^k \in \left[x_{ij}^{o^l}, x_{ij}^{o^{l+1}} \right], \text{ ou } \xi_j^k \in \left[x_{ij}^{o^{l-1}}, x_{ij}^{o^l} \right] \right\}$$

Un problème essentiel lié à l'apprentissage du SPD est dû à la nécessité de former l'ensemble des M_E cas différents et représentatifs. Nous proposons une approche combinatoire. Supposons que pour le critère j ($j = 1..M_c$), $M_p(j)$ points sont représentatifs (par exemple les fonctions $\mu_{ij}(\cdot)$ atteignent là 0,1 ou une autre valeur caractéristique). En utilisant un "compteur" à M_c positions (et avec base $M_p(j)$ dans la position j), on peut générer toutes les combinaisons de choix différents possibles pour chaque critère. Le "scénario" obtenu doit être évalué par un expert. Ainsi, en utilisant des techniques connues dans le domaine des ensembles flous, on peut obtenir les valeurs de $v_i(\xi^x)$, $i = 1..M_A$, $k = 1..M_E$

5. Exemples de calcul et résultats

Pour tester la méthode, nous avons tenté de reconstituer une BFA déjà existante en appliquant l'approche présentée ci-dessus. Pour cet exemple le rôle de l'expert est joué par les fonctions :

$$v_i(\xi) = \frac{1}{M_c} \sum_{j=1}^{M_c} \mu_{ij}(\xi_j) \quad (6)$$

La comparaison de (6) et (2) démontre ici une identité des mécanismes de prise de décision de l'expert et du SPD. Ainsi (1) sera concerné uniquement par les qualités de la BFA.

a) $M_c = 1$

Ici (1) n'apporte rien de plus que le problème standard d'ajustement de courbe.

b) $M_c > 1$

Nous considérons plutôt ce dernier cas. La première étape du travail consiste à évaluer la dimension de l'ensemble de cas expertisés. Selon l'approche combinatoire

$$M_E = \prod_{j=1}^{M_C} M_P(j) \quad (7)$$

Exemple:

$$M_C = 9, M_P(j) = \text{Const}(j) = 5$$

$$\Rightarrow M_E = 5^9 = 10^{9 \cdot \log_{10} 5} \approx 10^6!$$

Il est évident, que pour reconstituer *exactement* les fonctions $\mu_{ij}(\cdot)$ même quand elles sont composées par des segments de droites (c'est-à-dire qu'elles sont représentées par un nombre fini de points), un ensemble de dimension très importante est nécessaire. Il est également évident qu'aucun expert humain ne voudrait et ne pourrait traiter un ensemble de dimension comparable à celle de l'exemple. D'autre part, même si ceci était possible, la capacité du SPD de s'adapter et d'actualiser sa BFA n'en serait pas moins primordiale.

Différemment de plusieurs approches "classiques", la formulation (1) est capable d'accumuler les connaissances. Supposons que plusieurs experts prennent part à l'apprentissage et que les connaissances de chacun d'eux ne sont pas en contradiction avec celles des autres. Alors chaque solution consécutive de (1), utilisant le résultat dû au "professeur" précédent mène au perfectionnement monotone de la BFA.

Les raisonnements précédents sont illustrés par un exemple de reconstitution d'une BFA à interpolation linéaire avec $M_A = 3, M_C = 4, \max M_P(j) = 6$ (voir l'Annexe Graphique). Pour $M_P(j) = \text{const}(j) = 4$, on compose un ensemble de $M_E = 4^4 = 256$ cas et on calcule $v(\xi^k)$ selon (6). Nous utilisons $\hat{\mu}_{ij}(x) = \text{const}(x) = 1, \forall i, j$ en tant qu'estimation initiale et nous résolvons (1) pour $Z = \{z \in \mathcal{R}^n | 0 \leq z \leq 1\}$

6. Conclusion

La solution obtenue est proche de la BFA de référence (voir l'Annexe) mais des différences persistent car $M_E < [\max M_P(j)]^4 = 6^4 = 256$.

En utilisant la solution précédente comme la nouvelle estimation initiale (1) est résolu encore une fois pour un autre ensemble expertisé (différent de l'ensemble précédent en utilisant les valeurs des critères omises pour la première génération combinatoire). Dans la dernière BFA obtenue les différences par rapport à la BFA de référence sont considérablement atténuées.

Les résultats sont dans l'ensemble très satisfaisants avec des temps de calculs acceptables très inférieurs au temps de réaction d'un opérateur sur un ordinateur du type PC AT 386 SX. Il serait cependant souhaitable d'utiliser les mêmes approches pour résoudre un problème plus proche de la réalité, mettant en particulier en jeu un nombre de critères plus important par exemple 9 critères retenus lors d'une première approche d'aide à la décision pour la conduite d'un télémanipulateur [1] mais aussi un algorithme de décision confronté à une expertise réelle.

Références:

- [1] DESODT A.M. and JOLLY D. - Comparison of Multicriteria Decision Methods in the case of Teleoperation IPMU'92, Palma de Mallorca, July 6-10, 1992

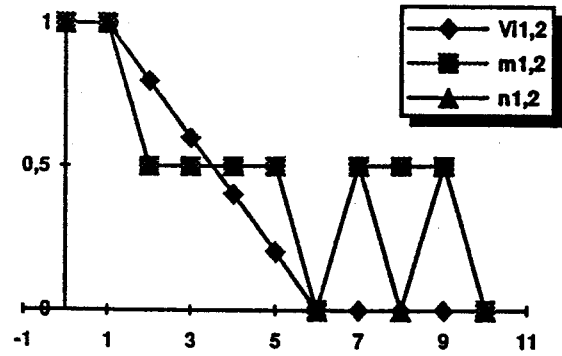
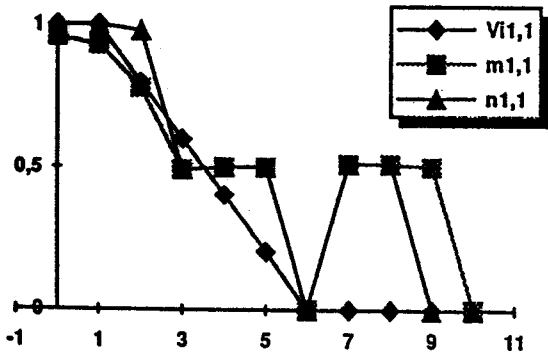
- [2] ZADEH L.A. - Fuzzy Sets, Information and Control, Vol.8, pp.338-353, 1965
- [3] ZADEH L.A. - Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, Vol.1, pp.3-28, 1978
- [4] DUBOIS D. and PRADE H. - Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, N.Y., 1980
- [5] CHANG S.K. - Fuzzy Programs, Proceedings of the Brooklyn Polytechnical Institute Symposium on Computers and Automata, Vol.XXI, 1971
- [6] ZADEH L.A. - Fuzzy Logic as Basis for the Management of Uncertainty in Expert Systems, Fuzzy Sets and Systems, 10, pp.395-460
- [7] DUBOIS D. and PRADE H. - Fuzzily-Bounded Domains: a Topological Point of View, Proc. 3rd Int. Seminar on Fuzzy Set Theory, J.Kepler Univ. Linz, Austria, pp.191-209, 1981
- [8] DUBOIS D. - Modèles mathématiques de l'imprécis et de l'incertain en vue d'applications aux techniques d'aide à la décision, Thèse, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, 1983
- [9] BRANS J.P. and VINCKE Ph. - Une méthode de surclassement basée sur l'intensité de préférence, Cahiers du CERO, Vol.24, No2,3,4, pp.181-182, 1982
- [10] ROY B. - Une application au média-planning, Deuxième Conférence Internationale de Recherche Opérationnelle, SEMA Rapport de recherche No6, 1972
- [11] SAATY T.L. - The Analytic Hierarchy Process, McGraw Hill International, 1980
- [12] DUBOIS D. and PRADE H. - Criteria Aggregation and Ranking of Alternatives in the Framework of Fuzzy Sets Theory, in: H.J.Zimmerman, L.A.Zadeh and B.R.Gaines (eds.), Fuzzy Sets and Decision Analysis, Elsevier, 1982
- [13] DUBOIS D. and PRADE H. - A Review of Fuzzy Set Aggregation Connectivities, Info.Sciences, 36(1), pp.85-121, 1985
- [14] GILL P.E., MURRAY W. and WRIGHT M.H. - Practical Optimization, Academic Press, 1982
- [15] ISCHNABE R.B., KOONTZ J. and WEISS B. - UNCMIN - a Modular System of Algorithms for Unconstrained Minimization, ACM Trans.Math.Software, 11(4), 1985

ANNEXE GRAPHIQUE

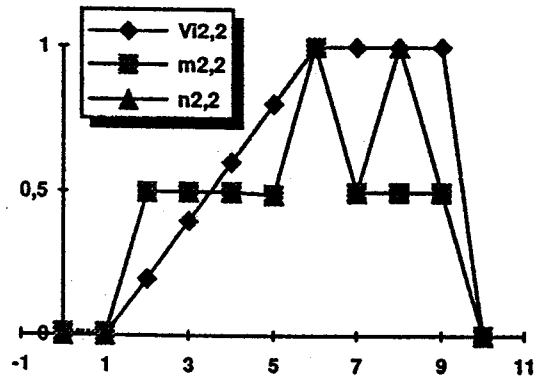
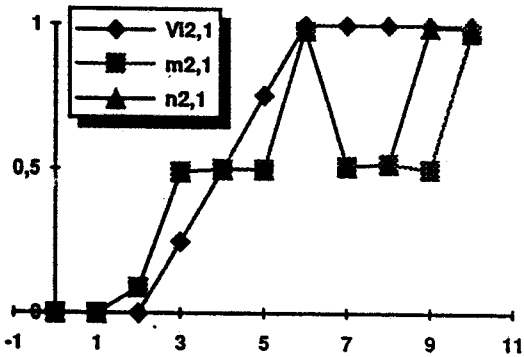
Critère 1:

Critère 2:

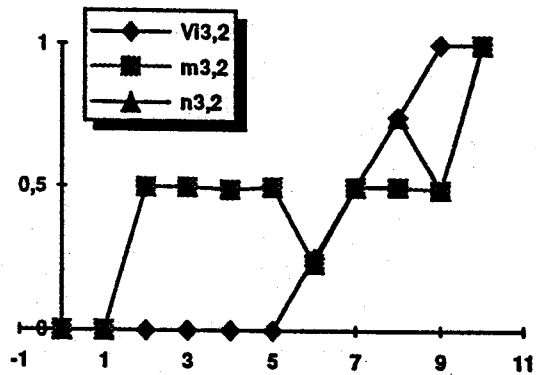
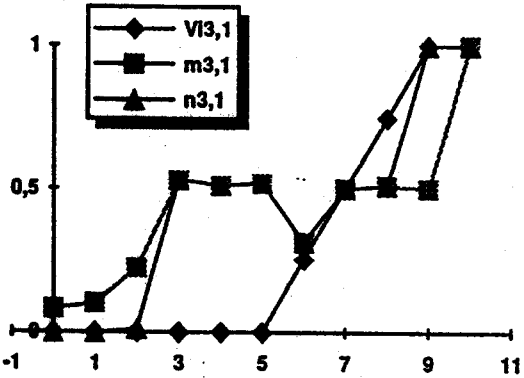
Action 1



Action 2



Action 3

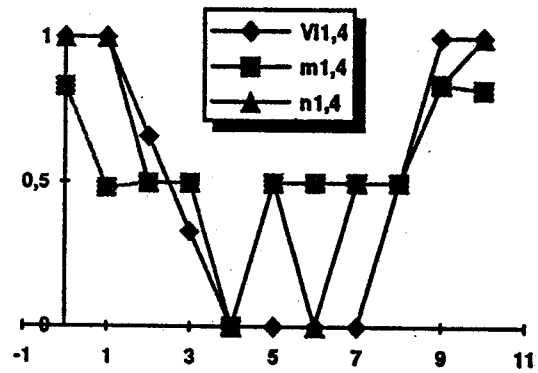
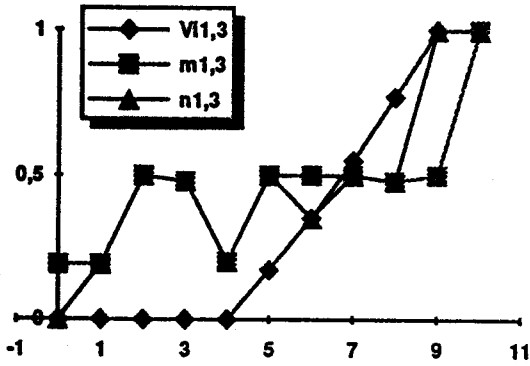


Comparaison des courbes de référence (V) aux courbes obtenues à partir de l'avis du premier expert (m) et à partir de l'avis de deux experts (n) pour les critères 1 et 2.

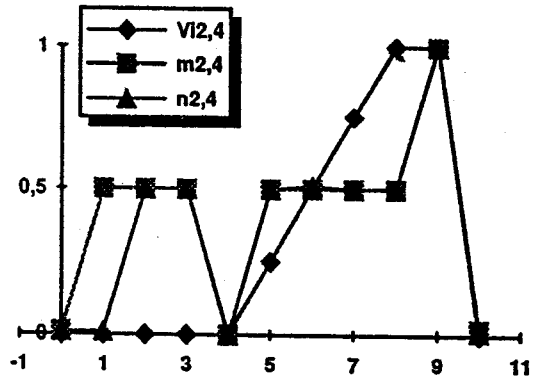
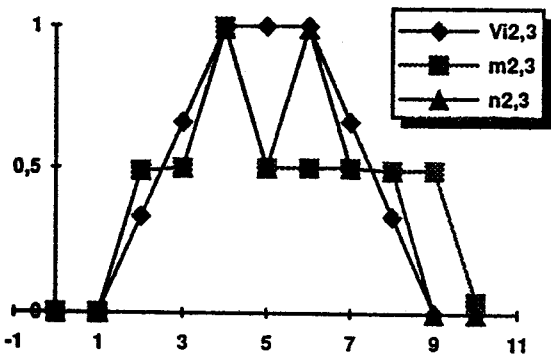
Critère 3:

Critère 4:

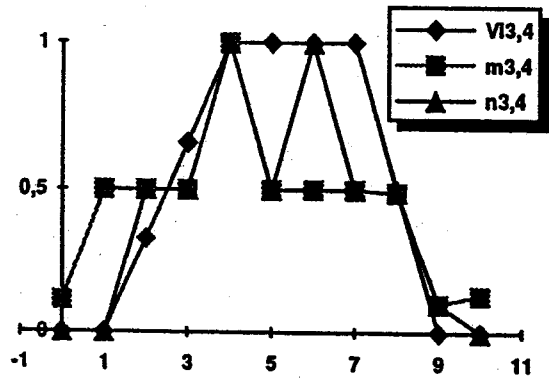
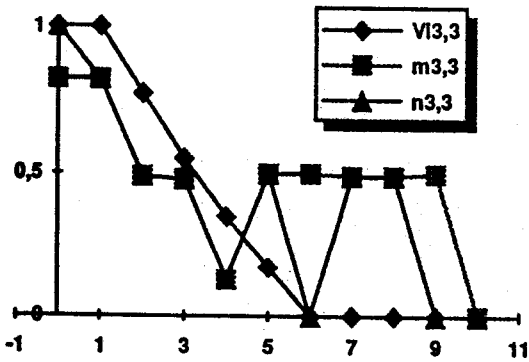
Action 1



Action 2



Action 3



Comparaison des courbes de référence (V) aux courbes obtenues à partir de l'avis du premier expert (m) et à partir de l'avis de deux experts (n) pour les critères 3 et 4.