

(*)
SUR UN SCHEMA LOGIQUE SYMETRIQUE

Phan - chí - Vân
Université polytechnique de Hā-nội
Juillet 1991

Dans cet article on établit un schéma logique symétrique concrèt pour illustrer l'efficacité des règles déductives dans la démonstration et l'analyse de la structure logique des propositions mathématiques (propo-math) - c'est-à-dire dans la présentation des connaissances mathématiques. Les propositions mathématiques dans cet article sont assez simples car on veut concentrer sur l'exposition du rôle du moteur d'inférence sur une base des connaissances mathématiques.

1) L'ESPACE PRIMITIF ET LE SYSTEM DES CONCEPTIONS MATHÉMATIQUES

1) L'espace primitif et les conceptions mathématiques (concept-math) dans cet espace .

Soit E - l'ensemble des fonctions $y = f(x)$ univoques , définies (fini ou infini) pour toutes les valeurs réels de la variable x .

On choisit E - l'espace primitif

On utilise les symboles :

$$R = \{x \mid x - \text{nombre réel}\} ; R^+ = \{x \mid x \in R \wedge x > 0\} ; R^* = R \cup \{\infty\}$$

et les variables des formules logiques dans cet article sont variétés dans les régions suivantes :

$$x \in R ; y \in R^* ; T, M \in R^+ ; [y = f(x)] \in E$$

Dans cet espace primitif on forme les concept-math suivantes :

(*) Cet article appartient le série des articles qui forme le travail de "Schémas flous et schémas logiques symétriques"

(1) Vue les références : (6)* (7)*

(2) On remarque que : la fonction $y = \cotg x$ par exemple est appartenante de E, par ce que si $x = k\pi$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$) alors $y = \infty \in R^*$

(3) Dans cet article on utilise les symboles raccourcis suivants :

$$P_i [y=f(x)], \overline{P}_i [y=f(x)] \text{ est écrit en } (i), \overline{(i)} \text{ (} i = 1, 2, \dots, 8 \text{)}$$

$$\text{et } (\forall [y=f(x)]) \left\{ \overline{P}_i [y=f(x)] \vee P_j [y=f(x)] \right\} \text{ on écrit en } (i) \longrightarrow (j)$$

$$(\exists [y=f(x)]) \left\{ P_i [y=f(x)] \wedge \overline{P}_j [y=f(x)] \right\} \text{ on écrit en } (i) \dashrightarrow (j)$$

(i, j = 1, 2, 8)

Les huit concept-math de 1^{er} groupe
contiennent le prédicate $[f(x+T) = f(x)]$ ou sa négation.

(1) La fonction $y = f(x)$ est dite constante si :

$$(\forall T)(\forall x) [f(x+T) = f(x)]$$

$\overline{(1)}$ La fonction $y = f(x)$ est dite non - constante si :

$$(\exists T)(\exists x) [f(x+T) \neq f(x)]$$

(2) La fonction $y = f(x)$ est dite périodique si :

$$(\exists T)(\forall x) [f(x+T) = f(x)]$$

$\overline{(2)}$ La fonction $y = f(x)$ est dite non - périodique si :

$$(\forall T)(\exists x) [f(x+T) \neq f(x)]$$

(3) La fonction $y = f(x)$ est dite répétée partout si :

$$(\forall x)(\exists T) [f(x+T) = f(x)]$$

$\overline{(3)}$ La fonction $y = f(x)$ est dite non - répétée partout si :

$$(\exists x)(\forall T) [f(x+T) \neq f(x)]$$

(4) La fonction $y = f(x)$ est dite répétée en quelques points si :

$$(\exists x)(\exists T) [f(x+T) = f(x)]$$

$\overline{(4)}$ La fonction $y = f(x)$ est dite non - répétée si :

$$(\forall x)(\forall T) [f(x+T) \neq f(x)]$$

Les huit concept-math de 2^e groupe

contiennent le prédicate $[|f(x)| < M]$ ou sa négation

(5) La fonction $y = f(x)$ est dite constante zéro si :

$$(\forall M)(\forall x) [|f(x)| < M]$$

$\overline{(5)}$ La fonction $y = f(x)$ est dite non - constante zéro si :

$$(\exists M)(\exists x) [|f(x)| \geq M]$$

(6) La fonction $y = f(x)$ est dite bornée si :

$$(\exists M)(\forall x) [|f(x)| < M]$$

$\overline{(6)}$ La fonction $y = f(x)$ est dite non-bornée si :

$$(\forall M)(\exists x) [|f(x)| \geq M]$$

(7) La fonction $y = f(x)$ est dite fini partout si :

$$(\forall x)(\exists M) [|f(x)| < M]$$

(7) La fonction $y = f(x)$ est dite non-fini partout si :

$$(\exists x)(\forall M) \quad [|f(x)| \geq M]$$

(8) La fonction $y = f(x)$ est dite non-constante l'infini si :

$$(\exists x)(\exists M) \quad [|f(x)| < M]$$

(8) La fonction $y = f(x)$ est dite constante l'infini si :

$$(\forall x)(\forall M) \quad [|f(x)| \geq M]$$

Remarque :

Pour établir le schéma logique symétrique (est écrit simplement en SLS) présente les liaisons logiques entre les concept-math ci-dessus (les types différentes des fonctions) naturellement on suppose que les connaissances des concept-math suivantes :

- L'ensemble des nombres réels R et ses qualités principaux
 - Les fonctions élémentaires principales et ses qualités
- sont les connaissances mathématiques que l'on a bien connu .

2) Toutes les concept-math ci-dessus sont non triviales pour l'espace primitif E

Dans ce paragraphe on montre que : il existe les fonctions qui appartenantes de l'espace primitif E tel qu'ils vérifient chaque formules logiques des concept-math coresspondantes.

- Pour la concept-math (1) il existe la fonction $y = 1$
- Pour la concept-math (1) il existe la fonction $y = \sin x$ et $T = \frac{\pi}{2}, x=0$
- Pour la concept-math (2) il existe la fonction $y = \sin x$ et $T = 2\pi$.
- Pour la concept-math (2) il existe la fonction $y = \sin x^2$
et on choisit nécessairement $x \neq x_i$ ($i = 0, 1, 2$)
avec $x_0 = (\frac{k\pi}{T} - \frac{T}{2})$; $x_{1,2} = \frac{-T \pm \sqrt{2(2k+1)\pi - T^2}}{2}$
($k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$, - les nombre entier)

(1) avec les valeurs réels de x_i ($i = 0, 1, 2$)

- Pour la concept-math (3) il existe :

La fonction $y = \sin x^2$ et $\begin{cases} \text{avec } x < 0 \text{ on choisit } T = -2x > 0 \\ \text{avec } x = 0 \text{ on choisit } T = \sqrt{\pi} > 0 \\ \text{avec } x > 0 \text{ on choisit } T = -x + \sqrt{x^2 + 2\pi} > 0 \end{cases}$

- Pour la concept-math $\overline{(3)}$ il existe: la fonction $y = x^2$ et $x=0$
- Pour la concept-math (4) il existe: la fonction $y = x^2$ et $x=-1; T=2$
- Pour la concept-math $\overline{(4)}$ il existe: les fonctions $y = \text{arctg } x$ ou $y = \frac{1}{x}$.
- Pour la concept-math (5) il existe: la fonction $y = 0$
- Pour la concept-math $\overline{(5)}$ il existe: la fonction $y = \sin x$ et $M=1, x = \frac{\pi}{2}$.
- Pour la concept-math (6) il existe: la fonction $y = \text{arctg } x$ et $M = \frac{\pi}{2}$
- Pour la concept-math $\overline{(6)}$ il existe: la fonction $y = e^x$ et $x = \ln M$.
- Pour la concept-math (7) il existe: la fonction $y = e^x$ et $M = e^x + 1$.
- Pour la concept-math $\overline{(7)}$ il existe: la fonction $y = \frac{1}{x}$ et $x=0$.
- Pour la concept-math (8) il existe: la fonction $y = \text{tg } x$ et $x=0, M=1$.
- Pour la concept-math $\overline{(8)}$ il existe: la fonction $y = \infty$.

Ainsi toutes les conceptions mathématiques (i), $\overline{(i)}$ ($i=1, 2, \dots, 8$) sont non triviales ^① pour l'espace primitif E. Alors par le principe des relations nécessaires ^② on peut affirmer que : il existe uniquement (flou ou claire) un S L S \mathcal{L} d'ordre 8 qui présente les liaisons logiques entre 16 concept-math ci-dessus.

II) ETABLIR LE SCHEMA LOGIQUES SYMETRIQUE \mathcal{L}

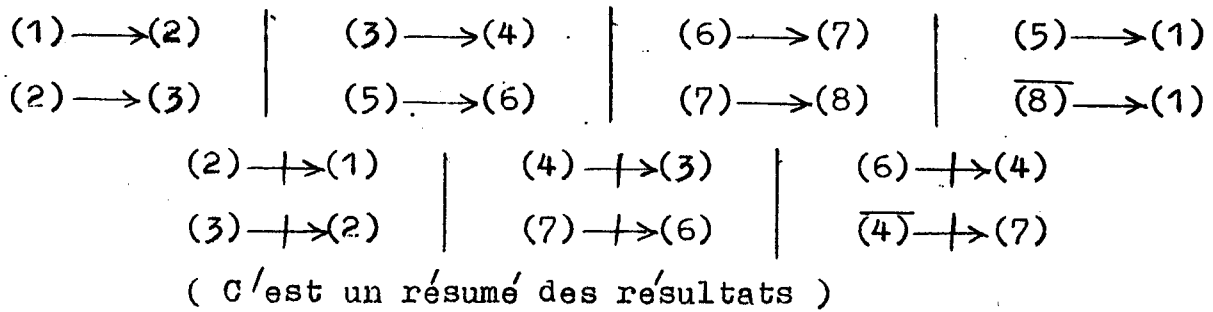
Dans ce paragraphe il faut montrer clairement le S L S \mathcal{L} . C'est-à-dire on montre concrètement le tableau des relations et le graphe du S L S \mathcal{L} .

1) Démontrer directement des propositions dans un noyau du SLS \mathcal{L} .

Le noyau du SLS \mathcal{L} contient 8 propositions 1^{er} types et 6 propositions 2^e types. Par les calculs des prédicates et quelques

-
- (1) C'est-à-dire toutes les régions de division $A_i = \{y=f(x) | P_i[y=f(x)]\}$
 $\overline{A}_i = \{y=f(x) | \overline{P}_i[y=f(x)]\}$ ($i=1, 2, \dots, 8$) sont toujours différentes de \emptyset .
- (2) Vue les references : (6)* (7)*

connaissances nécessaires de mathématiques, on facilement faire les démonstrations de quatorze propositions mathématiques suivantes:



Et ainsi on a reçu un tableau non complet (A) des relations binaires de SLS \mathcal{L} (Fig 1) - C'est un base des connaissances mathématiques et aussi un noyau de SLS \mathcal{L} .

2) Par les règles déductives on déduit pour les propositions restantes du SLS \mathcal{L} .

Les huit règles déductives ce sont :

- Les deux règles transitive et contre-transitive :

$$(i) \leftrightarrow (k) \wedge (k) \rightarrow (j) \text{ entrainer } (i) \rightarrow (j)$$

$$(i) \rightarrow (k) \wedge (i) \rightarrow+ (j) \text{ entrainer } (k) \rightarrow+ (j)$$

- Les deux règles de contradiction 1^{er} et 2^e :

$$(i) \rightarrow (j) \text{ équivaloir } \overline{(j)} \rightarrow+ (i) \text{ et } (i) \rightarrow+ (j) \text{ équivaloir } \overline{(j)} \rightarrow (i)$$

- Les deux règles de dualité 1^{er} et 2^e : $[i, j]$ équivaloir $[\overline{i}, \overline{j}]$
 (i, j) équivaloir $[\overline{i}, \overline{j}]$

- Les deux règles de semi-dualité 1^{er} et 2^e : $i, j]$ équivaloir $i, \overline{j}]$
 $i, j)$ équivaloir $i, \overline{j}]$

Par les règles déductives ci-dessus on a établi un algorithme avec le programme d'ordinateur pour les utilisateurs peuvent résoudre automatiquement ce problème (problème d'établissement du schéma logique symétrique \mathcal{L}) - C'est - à - dire on a utilisé un moteur d'inférence pour élargir la base des connaissances mathématiques dans le tableau des relations binaires (A) .

C'est pourquoi on a reçu encore le tableau complet (A)* des relations binaires de SLS \mathcal{L} (Fig 2) et le graphe de SLS \mathcal{L} (Fig 3) comme suit

- (1) Dans le référence : (4) on a exposé en détail ces démonstrations .
 (2) Vue les références : (6)*(7)*

Le tableau non complet (A)

(1,2]	(2,3]	(3,4]	4,5	5,6]	(6,7]	7,8]	8,1
1,3	2,4	3,5](4,6	5,7	6,8	7,1	8,2
1,4	2,5	3,6	4,7	5,8	6,1	7,2	8,3
[1,5	2,6	3,7	4,8	5,1	6,2	7,3	8,4
1,6	2,7	3,8	4,1	5,2	6,3](7,4	8,5
1,7	2,8	3,1	4,2	5,3	6,4	7,5	8,6
1,8	2,1	3,2	4,3	5,4	6,5	7,6	8,7
1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	8,8
1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8	1,2
1,3	2,4	3,5	4,6	5,7	6,8	2,3	1,3
1,4	2,5	3,6	4,7	5,8	3,4	2,4	1,4
1,5	2,6	3,7	4,8	4,5	3,5	2,5	1,5
1,6	2,7	3,8	5,6	4,6	3,6	2,6	1,6
1,7	2,8	6,7	5,7	4,7	3,7	2,7	1,7
[1,8	7,8	6,8	5,8	4,8	3,8	2,8	1,8

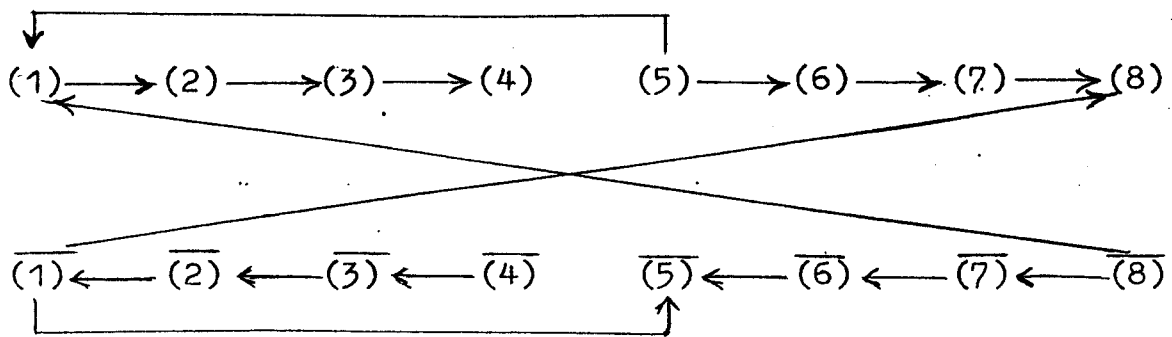
(Fig 1)

Le tableau complet (A)*

(1,2]	(2,3]	(3,4]	[4,5)	(5,6]	(6,7]	(7,8]	[8,1)
(1,3]	(2,4]	[3,5)	(4,6)	(5,7]	(6,8]	(7,1)	[8,2)
(1,4]	[2,5)	(3,6)	(4,7)	(5,8]	(6,1)	(7,2)	[8,3)
[1,5)	(2,6)	(3,7)	(4,8)]5,1[(6,2)	(7,3)	[8,4)
(1,6)	(2,7)	(3,8)	(4,1)]5,2[(6,3)	(7,4)	(8,5)
(1,7)	(2,8)	(3,1)	(4,2)]5,3[(6,4)	(7,5)	(8,6)
(1,8)	(2,1)	(3,2)	(4,3)]5,4[(6,5)	(7,6)	(8,7)
]1,1[]2,2[]3,3[]4,4[]5,5[]6,6[]7,7[]8,8[
]1,2[]2,3[]3,4[(4,5)]5,6[]6,7[]7,8[[1,2)
]1,3[]2,4[(3,5)	(4,6)]5,7[]6,8[[2,3)	[1,3)
]1,4[(2,5)	(3,6)	(4,7)]5,8[[3,4)	[2,4)	[1,4)
(1,5)	(2,6)	(3,7)	[4,8)	(4,5]	(3,5]	(2,5]	(1,5]
(1,6)	(2,7)	[3,8)	[5,6)	(4,6)	(3,6)	(2,6)	(1,6)
(1,7)	[2,8)	[6,7)	[5,7)	(4,7)	(3,7)	(2,7)	(1,7)
[1,8)	[7,8)	[6,8)	[5,8)]4,8[]3,8[]2,8[]1,8[

(Fig 2)

Le graphe de SLS \mathcal{L} .



(Fig 3)

Les paramètres naturels de SLS \mathcal{L} :

- \mathcal{L} est SLS d'ordre 8 ($n = 8$) qui présente les liaisons logiques de $2n = 16$ concept-math.
- SLS \mathcal{L} contient $n(2n-1) = 120$ relations binaires, avec :

0 relation 1 ^{er} type ($p=0$)	52 relations 3 ^e type ($r=52$)
40 relations 2 ^e type ($q=40$)	28 relations 4 ^e type ($s^*=28$)
- SLS \mathcal{L} contient $2n(2n-1) = 240$ propo-math, avec :
 - 40 propositions 1^{er} types ($m_1 = 40$)
 - 200 propositions 2^e type ($m_2^* = 200$)
- SLS \mathcal{L} contient $\tilde{n} = C_8^2 = 28$ carrés logiques (est écrit simplement en CL), avec :
 - 0 CL 1^{er} type ($i=0$);
 - 20 CL 2^e type ($j=20$);
 - 8 CL 3^e type ($k=8$)

Les coefficients caractéristiques de SLS \mathcal{L} :

- Le coefficient flou $\mu = 0$
- Le coefficient de liaison $\lambda = \frac{2m}{m_1+m_2} = \frac{5}{14}$

Commentaire :

Avec le tableau complet $(A)^*$ des relations binaires de \mathcal{L} (Fig 2) on a pu énoncer clairement et analyser en détail la structure logique de toutes les 240 propo-math de SLS. \mathcal{L} .

(1)(4) Vue les références : (6)* (7)*

(2) $s = 20$ - le nombre des relations 4^e type non-triviales de \mathcal{L} .

(3) $m_2 = 184$ - le nombre des propositions 2^e type non-triviales de \mathcal{L} .

Par exemple :

Proposition 200^e : $(3) \longrightarrow (2)$ (Proposition 1^{er} type)

est énoncée par le langage usuel :

" Toutes les fonctions non répétées partout , ne sont pas jamais des fonctions periodiques " .

et est énoncée par le langage logique :

$$(\forall [y=f(x)]) \left\{ (\forall x)(\exists T) [f(x+T) = f(x)] \vee (\forall T)(\exists x) [f(x+T) \neq f(x)] \right\}$$

Proposition 152^e : $(7) \dashrightarrow (6)$ (Proposition 2^e type)

est énoncée par le langage usuel :

" Il existe une fonction finie partout qui est simultanément une fonction non - bornée " .

et est énoncée par le langage logique :

$$(\exists [y=f(x)]) \left\{ (\forall x)(\exists M) [|f(x)| < M] \wedge (\forall M)(\exists x) [|f(x)| \geq M] \right\}$$

Et on remarque que : toutes les 240 propo-math du SLS \mathcal{L} ont été démontrées en détail presque tout dans cet article .

Et on remarque en plus que : par le SLS \mathcal{L} on peut presenter logiquement une série des qualités quelconques des fonctions appartenantes de E .

Par exemple :

- La fonction $y=\sin x$ a les qualités $(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)$.
- La fonction $y=\text{tg } x$ a les qualités $(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)$.
- La fonction $y=e^x$ a les qualités $(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)$.
- La fonction $y=\text{artg } x$ a les qualités $(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)$.

C'est une question significative de la présentation des connaissances mathématiques .

(1)(4) Ces indices sont par une ordre convensionnelle sur le tableau complet $(A)^*$ de SLS \mathcal{L} .

(2)(5) Ces propositions sont respectivement dans les relations binaires $[\bar{2}, \bar{3}], (6,7]$ sur le tableau complet $(A)^*$.

(3)(6) C'est-à-dire analyser la structure logique de ces propositions.

(7) Excepter dans le paragraphe II) 1) on a exposé seulement le résumé des résultats .

Conclusion :

Par la méthode de rétablissement des SFLS et SLS, les deux questions générales de mathématique :

- Énoncer et analyser la structure logique
- Démontrer automatiquement une série nombreuse des propo-math

quelconques

ont été simultanément bien répondues .

C'est une méthode utile pour la présentation des connaissances mathématiques .

Et en plus on peut élargir cette méthode pour la présentation des connaissances usuelles (non mathématiques) sur le projet suivant :

+ 1^{er} pas : Souvent on acquiert une base des connaissances quelconques par les expériences pratiques, par les méthodes expérimentales, par les recherches euristiques etc..... en général par les connaissances originaux d'un spécialiste dans une branche d'un domaine scientifique, technique, économique

+ 2^e pas : Avec cette base des connaissances et les huit règles déductives on forme un moteur d'inference pour élargir automatiquement sur la base des connaissances ci-dessus . Comme ça on pourra obtenir un système très vaste et nombreux des connaissances utiles quelconques .

(1) "Schémas flous logiques symétriques" simplement écrit en SFLS .

(2) Au point-de-vue de mathématique: on peut voir un SLS est seulement une propo-math maîtresse unique qui contient plusieurs propo-math partielles (dans le tableau correspondant des relations binaires)

Et l'établissement d'un SLS c'est simultanément la présentation et la démonstration pour cette propo-math maîtresse .

(3) Vue les références : (5)(7)*

A B S T R A C T

On one logical symmetric schema

In this article author establishes one concrete logical symmetric schema to illustrate the effect of the deductive rules for proving and analysing the logical structures of one series of many certain mathematical statements .

R E F E R E N C E S

- (1)* HELENA RASIOWA: Introduction to modern mathematic.
The english edition: PWN jointly with North-Holland and American elsevier publishing company 1973 .
- (2)* ARNOLD KAUFMANN: Mathématiques nouvelles pour mieux comprendre l'informatiques.
Entreprise moderne d'édition Paris 1974 .
- (3) PHAN CHÍ VÂN : "Schémas flous et schémas logiques symétriques"
Revue d'information de science et technique N°3 1985
Université de communication de Hã-nôi .
- (4) PHAN CHÍ VÂN : Projet de thèse sur le travail
"Schémas flous et schémas logiques symétriques"
Université polytechnique de Hã-nôi. Octobre 1987
- (5) PHAN CHÍ VÂN 1) A un exemple de présentation et déduction sur la base des connaissances usuelles .
2) L'appendice: Aux régions de division et régions caractéristiques .
Revue d'information de science et technique N°1 1989
Université de communication de Hã-nôi .
- (6)* PHAN CHÍ VÂN : "Principe de dualité conjuguée et principe des relations nécessaires"
Bulletin pour les sous ensembles flous et leurs applications.
Institut de recherche en informatique de Toulouse
France - N° 44 automne 1990 .
- (7)* PHAN CHÍ VÂN : "Notion générale du travail de schémas flous et schémas logiques symétriques"
Bulletin pour les sous ensemble flous et leurs applications.
Institut de recherche en informatique de Toulouse
France - N° 45 hiver 1990 et N° 46 printemps 1991 .

(1)* (i = 1,2,6,7) ce sont les références principales .