Traitement symbolique des questionnaires hiérarchisés

Herman AKDAG (*) (**) & Daniel PACHOLCZYK (*) (**)
(*) Laforia - Paris VI & (**) Leri - Reims

1. INTRODUCTION.

Ce travail constitue une suite aux travaux sur les questionnaires d'enquêtes et les tables de décision ambiguës d'Akdag & Bouchon [2], et plus particulièrement d'Akdag & Pacholczyk [4].

L'objectif commun de tous ces travaux est de proposer des outils permettant de répondre à la question suivante : "*Un ou plusieurs experts donnent des ensembles de **réponses idéales** à chacune des décisions possibles d'un questionnaire* (un ou plusieurs ensembles par décision mais un ensemble ne pouvant correspondre à plusieurs décisions à la fois). *Une **observation** ayant été faite (un ensemble de réponses récoltées pour ce questionnaire), quelle **décision** va-t-on lui associer et quel **degré de confiance** peut-on attribuer à ce choix ?* ".

Ce travail constitue également une application des travaux d'Akdag & Pacholczyk ([5], [6], [8], [10]), de De Glas [11] et de Pacholczyk ([13], [14]) sur la représentation des connaissances incertaines et la logique multivalente.

La logique multivalente, qui est une généralisation de la logique booléenne classique, se particularise par l'utilisation d'un ensemble $\mathcal{L}_M = \{\tau_0, ..., \tau_i, ..., \tau_{M-1}\}$ fini et totalement ordonné de degrés de vérité ($\tau_i \leq \tau_j$ si et seulement si $i \leq j$) compris entre τ_0 (totalement faux) et τ_{M-1} (totalement vrai), que l'on peut munir des opérateurs $\vee$ (max), $\wedge$ (min) et $\sim$ (avec $\sim\tau_j = \tau_{M-j-1}$) et l'implication de Lukasiewicz $\rightarrow_L$, à savoir :

$$\boxed{\tau_i \rightarrow_L \tau_j = \begin{cases} \tau_{M-1} & \text{si } i \leq j \\ \tau_{M-(i-j)-1} & \text{si } i > j \end{cases}}$$

Plusieurs travaux intéressants ([11], [13], [14]) ont permis d'approfondir ce type de logique [16] et d'établir ses propriétés : on y trouve les notions d'implication sémantique, de tautologie, de τ_α-tautologie conduisant à des théorèmes importants de complétude. Dans [3], ils ont été appliqués au traitement des informations incertaines dans les systèmes experts.

Dans cet article, nous allons les utiliser pour interpréter des questionnaires. A l'aide des degrés de concordance définis au § 2, nous traiterons au § 3 les *questionnaires hiérarchisés dichotomiques ou multivalents.*

2. UN TREILLIS DE MORGAN ET DES DEGRES DE CONCORDANCE.

Soit $\mathcal{E} = \{O_i \mid O_i = (\tau_{i_1}, ..., \tau_{i_k}, ..., \tau_{i_s})\}$ un ensemble dont les éléments O_i sont des vecteurs de *taille* s et dont les *composantes sont des degrés de vérité* d'une logique multivalente à M valeurs.

A chaque vecteur O_i de $\mathcal{E}$ nous associons une ***pondération*** $v(O_i)$: elle est égale à égale à l'entier noté $(i_1 i_2 \dots i_s)_M$ dans la base **M** :

$$v : O_i \rightarrow v(O_i) = (i_1 i_2 \dots i_s)_M$$

Par exemple, pour $s = M = 3$ et $O_i=(\tau_2, \tau_0, \tau_1)$, on a $v(O_i)=(201)_3$, soit 19 en base 10.

Nous introduisons dans $\mathcal{E}$ la relation d'***ordre total*** suivante :

$$O_i \lesssim O_j \Leftrightarrow v(O_i) \leq v(O_j)$$

$\mathcal{E}$ possède un plus petit élément $O_{min} = (\tau_0, \tau_0, \dots, \tau_0)$ et un plus grand élément $O_{max} = (\tau_{M-1}, \tau_{M-1}, \dots, \tau_{M-1})$. Dans la chaîne $(\mathcal{E}, \lesssim)$ on peut définir les opérateurs $\cap$, $\cup$ et $\neg$ de la manière suivante :

$$O_i \cap O_j = O_i \text{ si } O_i \lesssim O_j \text{ sinon } O_j$$

$$O_i \cup O_j = O_i \text{ si } O_j \lesssim O_i \text{ sinon } O_j$$

$$\neg(O_i) = (\sim\tau_{i_1}, \dots, \sim\tau_{i_k}, \dots, \sim\tau_{i_s})$$

Il en résulte que $(\mathcal{E}, \cap, \cup, \lesssim, \neg)$ est un ***treillis de Morgan.***

2.1. Définition des degrés de concordance.

Etant donnés deux éléments O_i et O_j, il est intéressant de connaître leur "proximité" (ou leur éloignement). En d'autres termes, on se pose la question suivante : *A quel **degré** la relation "O_i **est voisin de** O_j" est vérifiée ?*

En reprenant la méthode utilisée dans ([3],[6], [11], [13]), nous allons interpréter ce degré comme une pondération linguistique de la relation "être voisin de" dans une logique P-valente que nous allons préciser progressivement. On aura :

"O_i est **voisin de** O_j" est υ_k-vraie $\Leftrightarrow$ "O_i est υ_k **voisin de** O_j" est vraie.

On dira que la proposition "M est voisin de N" est très vraie si et seulement si la proposition "M est très voisin de N" est vraie, et on affirmera que M est très voisin de N.

A cet effet, nous allons construire un élément D de $\mathcal{E}$ qui va mesurer le ***degré de concordance*** (ou de ***voisinage***) entre O_i et O_j. Nous proposons de prendre :

$$\boxed{\text{Si } O_i = (\tau_{i_k}, k = 1, s) \textbf{ et } O_j = (\tau_{j_k}, k = 1, s) \textbf{ alors } D(O_i, O_j) = (d_{ij}^k, k = 1, s)}$$

avec :

$$\boxed{\forall k \in [1, s] : d_{ij}^k = \mathrm{Min}(\tau_{i_k} \rightarrow_L \tau_{j_k}, \tau_{j_k} \rightarrow_L \tau_{i_k})}$$

- Exemple :

Supposons que $s = 6$ et $M = 5$. Soit alors :

$$O_i = (\tau_4, \tau_4, \tau_4, \tau_3, \tau_2, \tau_1) \text{ et } O_j = (\tau_3, \tau_4, \tau_3, \tau_4, \tau_3, \tau_4)$$

On trouve $D(O_i, O_j) = (\tau_3, \tau_4, \tau_3, \tau_3, \tau_3, \tau_1)$ et $v(D(O_i, O_j)) = (343331)_5$.

2.2. Propriétés des degrés de concordance.

Le degré de concordance possède les propriétés suivantes :

- C1 - Si $O_i = O_j$ alors $D(O_i, O_j) = O_{max}$.
- C2 - Si $D(O_i, O_j) = O_{max}$ alors $O_i = O_j$.

En d'autres termes, le maximum du degré de concordance ne peut être atteint qu'avec deux éléments identiques.

- C3 - $D(O_i, O_j) = D(O_j, O_i)$ (Symétrie).
- C4 - Si $I \leq O_i \leq O_j$ alors $D(I, O_i) \geq D(I, O_j)$.
- C5 - Si $O_j \leq O_i \leq I$ alors $D(I, O_i) \geq D(I, O_j)$.

Conséquence : *L'élément qui ressemble le plus à I parmi les éléments d'un ensemble $\{O_1, O_2, ..., O_n\}$ est celui dont le degré de concordance avec I est maximal.*

- Remarque :

Par définition, à $D(O_i, O_j)$ on associe la pondération $v(D(O_i, O_j))$ égale à l'entier noté $(i_1 i_2 \ldots i_s)_M$ dans la base M. Il en résulte que, deux vecteurs dont seulement les composantes de poids le plus élevé sont identiques concordent mieux que deux autres vecteurs dont toutes les composantes sont identiques sauf celles de poids le plus élevé. Cette propriété résulte de la relation d'ordre choisie dans $\mathcal{E}$.

- Exemple :

Supposons toujours que $M = 5$ et $s = 6$.

Si $O_1 = (\tau_3, \tau_4, \tau_3, \tau_2, \tau_3, \tau_1)$, $O_2 = (\tau_3, \tau_4, \tau_2, \tau_3, \tau_3, \tau_3)$ et $O_1' = (\tau_3, \tau_2, \tau_2, \tau_3, \tau_3, \tau_3)$. Alors $D(O_2, O_1) = (\tau_4, \tau_4, \tau_3, \tau_3, \tau_4, \tau_2)$ et $D(O_2, O_1') = (\tau_4, \tau_2, \tau_4, \tau_4, \tau_4, \tau_4)$. Comme $D(O_2, O_1) > D(O_2, O_1')$, O_1 concorde mieux avec O_2 que O_1'.

Nous pouvons facilement multiplier les exemples montrant que le degré de concordance privilégie les composantes de poids forts : *ainsi une composante de poids i est plus importante que toutes les composantes de poids inférieur à i, dans le calcul du degré de concordance.*

2.3. Les intervalles de concordance.

Les degrés de concordance sont les éléments de $\mathcal{E}$ muni d'une relation d'ordre total : $\mathcal{E}$ est une chaîne comportant M^s éléments dont le plus petit est O_{min} et le plus grand O_{max}. En reprenant la méthode proposée dans ([5],[6],[13]) on définit une suite $\mathcal{I}_P$ de P (qui peut être différent de M) sous-intervalles (U_i, V_i) (fermés ou semi-ouverts) recouvrant $\mathcal{E}$ (voir l'exemple qui suit).

On introduit alors dans $\mathcal{S}_P$ la relation d'ordre total $\leq$ suivante :

$$(U_i, V_i) \leq (U_j, V_j) \Leftrightarrow \{U_i \lesssim U_j \text{ et } V_i \lesssim V_j\}$$

Il s'ensuit que $\{\mathcal{S}_P, \leq\}$ est un treillis isomorphe à $\{\mathcal{E}, \lesssim\}$. Nous l'appellerons ***treillis d'intervalles de concordance.*** On peut enfin associer à chaque intervalle un qualificatif linguistique.

- Exemple :

Supposons que $s = 6$, $M = 5$ et $P = 5$. On peut introduire les vecteurs suivants : $U_0 = (\tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0)$, $U_1 = (\tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_4, \tau_4, \tau_4)$, $U_2 = (\tau_2, \tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0)$ et leurs négations, à savoir $U_3 = \neg U_3$, $U_4 = \neg U_1$ et $U_5 = \neg U_0$.

Les intervalles de concordance peuvent alors être les suivants :

$\upsilon_0 = [U_0, U_1[$ dont la traduction linguistique peut être $\upsilon_0 =$ *pas du tout,*
$\upsilon_1 = [U_1, U_2[$ dont la traduction linguistique peut être $\upsilon_1 =$ *peu,*
$\upsilon_2 = [U_2, U_3]$ dont la traduction linguistique peut être $\upsilon_2 =$ *moyennement,*
$\upsilon_3 =]U_3, U_4]$ dont la traduction linguistique peut être $\upsilon_3 =$ *très,*
$\upsilon_4 =]U_4, U_5]$ dont la traduction linguistique peut être $\upsilon_4 =$ *tout à fait.*

	υ_0	υ_1	υ_2	υ_3	υ_4
υ_0	υ_4	υ_3	υ_2	υ_1	υ_0
υ_1	υ_3	υ_4	υ_3	υ_2	υ_1
υ_2	υ_2	υ_3	υ_4	υ_3	υ_2
υ_3	υ_1	υ_2	υ_3	υ_4	υ_3
υ_4	υ_0	υ_1	υ_2	υ_3	υ_4

Degrés de concordance

- Remarques :

1 - *U_1 est le seuil minimum à partir duquel une concordance est acceptable* : cet élément doit être fixé par les experts lors des enquêtes réalisées. Dans notre exemple, il signifie qu'une observation est significative lorsque l'une des réponses aux questions 1 à 3 est différente de τ_0.

2 - De façon générale, l'*expert exprime l'incertitude* de sa connaissance précise des degrés de vérité en ayant recours à des *termes linguistiques* : *le choix des valeurs de M, de P et de la suite des points U_i en découle immédiatement* (voir les exemples proposés au § 3).

L'ensemble $\mathcal{V}_P = \{\upsilon_0, \upsilon_1, ..., \upsilon_i, ..., \upsilon_{P-1}\}$ des termes linguistiques ainsi obtenus peut être muni d'une structure de chaîne de Morgan $\{\mathcal{V}_P, \textbf{ou}, \textbf{et}, \textbf{non}\}$ avec :

$$\upsilon_i \textbf{ ou } \upsilon_j = \upsilon_j \text{ si } i \leq j \text{ sinon } \upsilon_i$$
$$\upsilon_i \textbf{ et } \upsilon_j = \upsilon_i \text{ si } i \leq j \text{ sinon } \upsilon_j$$
$$\textbf{non } \upsilon_i = \upsilon_{P-i-1}$$

-Exemple :

En reprenant l'exemple précédent, par rapport à l'ensemble $\mathcal{V}_P$ choisi, les propositions "O_2 *concorde avec* O_1" et "O_2 *concorde avec* O'_1" sont *très* vraies. En utilisant cette fois la relation "est voisin de", on peut dire que O_2 est *très* voisin des éléments O_1 et O'_1.

- Remarque :

Cette traduction linguistique de l'incertitude sur les degrés de vérité nous permet de nous replacer dans le contexte d'une logique **P**-valente ([11], [13], [14]). Il suffit d'ajouter :

- l'implication, notée **implique**, suivante :

$$\text{Si } i > j \text{ alors } \upsilon_i \textbf{ implique } \upsilon_j = \upsilon_{P-(i-j)-1} \text{ sinon } \upsilon_i \textbf{ implique } \upsilon_j = \upsilon_{P-1}.$$

- et les opérateurs $V_k = \textbf{exactement } \upsilon_k$ $(k = 0, P-1)$ tels que :

$$\text{Si } k = i \text{ alors } V_k\, \upsilon_i = \upsilon_{P-1} \text{ sinon } V_k\, \upsilon_i = \upsilon_0.$$

3. APPLICATIONS AUX QUESTIONNAIRES.

Conçue par C.F. Picard [15], la Théorie des Questionnaires permet de formaliser les propriétés essentielles des arbres de recherche, arbres dans lesquels les nœuds internes représentent des questions, les branches représentent des réponses et dont les feuilles terminales sont associées aux décisions à prendre. Une suite quelconque de questions-réponses, une enquête, des tests successifs, un interrogatoire, etc... peuvent être représentés par des questionnaires. Akdag [1] a mis en évidence les liens qui existent entre une table de décision et un questionnaire d'enquêtes : en particulier, il a montré qu'un questionnaire d'enquête peut être représenté par une table de décision et réciproquement.

Un questionnaire est dit *dichotomique* lorsque chaque question n'a que deux réponses possibles (oui ou non, vrai ou faux) : il lui correspond un arbre binaire et une table de décision à entrées limitées.

On sait que l'on peut transformer un questionnaire quelconque (admettant plus de deux réponses par question à condition de ne pas avoir de questions ouvertes) en un questionnaire dichotomique. De même, toute table de décision en entrées libres peut être transformée en une table de décision à entrées limitées.

Lorsque les experts parviennent à affecter une décision à chaque feuille de l'arbre (i.e. la table de décision est dans ce cas complète) on sait alors identifier et interpréter tout ensemble de réponses obtenues (ou plus simplement, toute réponse au sens large du terme). Le problème de concordance est alors trivial. C'est le cas par exemple des Questionnaires d'assurances concernant les habitations ou les voitures.

Malheureusement, dans de nombreux domaines (dont l'Intelligence Artificielle), les experts ne peuvent pas donner la liste exhaustive des règles nécessaires. Il s'ensuit que la table de décision est incomplète.

On est contraint d'utiliser des règles du type :

Si A_i **alors** B_j $(i=1, N, j=1, E)$.

On observe A'.

Si l'on a $\forall i \in [1, N]$, $A' \neq A_i$, comment peut-on prendre une décision ? En d'autres termes, quel B_j choisir et quel degré de confiance accorde-t-on à ce choix ?

Nous allons nous intéresser dans ce travail aux questionnaires appelés les *Questionnaires Hiérarchisés*, questionnaires pour lesquels existe une hiérachie dans les réponses faites : chaque question a un poids plus important que toutes les suivantes réunies. Un lien évident existe avec tout ce qui a été présenté au paragraphe précédent.

Nous appellerons ***vecteur idéal*** une liste des réponses caractérisant pour les experts une décision donnée. Notons que cette liste n'est pas nécessairement unique.

3.1. Questionnaires dichotomiques.

Nous allons tout d'abord traiter les questionnaires, dits *dichotomiques*, dans lesquels les questions n'admettent que deux réponses possibles (vrai ou faux).

Formellement, soit Q un questionnaire contenant s questions q_i i=1, s. Chaque question a deux réponses possibles τ_0 et τ_1.

Ce questionnaire permet de choisir parmi les E décisions $B_1,..., B_j,...,B_E$: chaque décision B_j est caractérisée par au moins un vecteur idéal I_j ayant s composantes (égales à τ_0 ou τ_1). Nous supposons qu'il s'agit d'un questionnaire Hiérarchisé.

Quelle décision va-t-on alors associer à l'observation O_k réalisée ? En utilisant les résultats précédents, nous proposons de retenir une des décisions B_j donnant la valeur maximale de $D(O_k, I_j)$.

- <u>Exemple :</u>

Soit un questionnaire de sélection à l'entrée d'un institut universitaire :

Q_1 - A-t-il un bon niveau en mathématiques ?

Q_2 - A-t-il un bon niveau en sciences physiques ?

Q_3 - Est il motivé ?

Q_4 - Est-il jeune ?

Q_5 - A-t-il de bonnes références ?

Q_6 - A-t-il un bon niveau en lettres ?

Bien entendu, l'idéal pour être admis peut être d'obtenir τ_1 partout.

Soient alors deux observations :

$$O_1 = \{\tau_1, \tau_0, \tau_0, \tau_1, \tau_0, \tau_1\} \text{ et } O_2 = \{\tau_1, \tau_1, \tau_0, \tau_0, \tau_1, \tau_0\}.$$

On obtient :

$D(O_1, I) = \{\tau_1, \tau_0, \tau_0, \tau_1, \tau_0, \tau_1\}$ et $D(O_2, I) = \{\tau_1, \tau_1, \tau_0, \tau_0, \tau_1, \tau_0\}$.

Comme $D(O_2, I) > D(O_1, I)$, O_2 aura un classement meilleur que O_1 dans la liste des admis, quelque soit le choix des paramètres.

Pour ce cas particulier des questionnaires dichotomiques, $D(O_i, O_j)$ est calculé à partir d'une formule simplifiée :

$$\boxed{d_{ij}^{k} = \begin{cases} \tau_0 \text{ si } \tau_{i_k} \neq \tau_{j_k} \\ \tau_1 \text{ si } \tau_{i_k} = \tau_{j_k} \end{cases}}$$

- Interprétation linguistique :

Reprenons l'exemple précédent. On a $s = 6$ et $M = 2$. Pratiquement, on introduit un *seuil de recevabilité* des candidatures : la réponse doit être oui à l'une au moins des trois premières questions. On peut alors définir $\mathcal{V}_P$ (avec $P = 5$) à l'aide des éléments suivants $U_0=(\tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_0)$, $U_1=(\tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_1, \tau_1, \tau_1)$, $U_2=(\tau_0, \tau_1, \tau_1, \tau_0, \tau_0, \tau_0)$ et leurs négations $U_3 = \neg U_3$, $U_4 = \neg U_1$ et $U_5 = \neg U_0$.

Dans ces conditions, l'interprétation linguistique des résultats précédents nous permet de dire que la proposition :
- "O_1 *concorde avec* I" est *moyennement* vraie,
- "O_2 *concorde avec* I" est *très* vraie.

En d'autres termes, O_2 est plus proche du candidat idéal que O_1.

3.2. Questionnaires polychotomiques (ou multivalents).

L'exemple précédent fait apparaître clairement que les réponses catégoriques du type (vrai, faux) ne permettent pas de nuancer la pensée et peuvent même conduire à des erreurs de décision. L'examinateur qui consulte le dossier d'un candidat peut difficilement répondre par un faux (τ_0) ou un vrai (τ_1) catégorique. Il préfère avoir à sa disposition une échelle de référence $\{\tau_0, \tau_1, \ldots, \tau_{M-1}\}$ autorisant des nuances allant du faux au vrai : le questionnaire qui en découle est alors *polychotomique* ou *multivalent*. De la même manière, l'expert pourra définir ses vecteurs idéaux grâce à cette même échelle.

Il nous suffit tout simplement d'appliquer les résultats du § 2. On a donc un questionnaire hiérarchisé Q contenant s questions q_i. Chaque question q_i a M réponses possibles prises parmi $(\tau_0, \tau_1, \ldots, \tau_{M-1})$. Le questionnaire sert à décider parmi E décisions possibles, ou à classer par rapport à une seule décision (sélection des étudiants). Chaque décision B_j est caractérisée par au moins un vecteur idéal I_j ayant s composantes.

- Exemple :

Reprenons le problème de la sélection à l'entrée d'un institut universitaire. Le contexte actuel (attrait des classes préparatoires et des facultés), des ambitions limitées mais réalistes conduisent à définir le candidat idéal par le vecteur idéal suivant :

$$I = (\tau_2, \tau_2, \tau_4, \tau_3, \tau_3, \tau_3).$$

En d'autres termes un candidat très jeune, très littéraire, moyennement scientifique, tout à fait motivé par ce cycle d'études et ayant de très bonnes références.

Plaçons-nous toujours dans $\mathcal{V}_5$. On doit choisir les U_i : pour écarter les candidats très âgés, peu scientifiques, pas du tout motivés, peu littéraires et dont les références sont mauvaises, on peut introduire comme éléments : $U_1=(\tau_2, \tau_2, \tau_0, \tau_2, \tau_2, \tau_2)$ puis $U_2=(\tau_2, \tau_2, \tau_1, \tau_2, \tau_2, \tau_2)$. Dans ces conditions, le candidat :

- $O_1=(\tau_0, \tau_0, \tau_0, \tau_1, \tau_1, \tau_0)$ n'est pas du tout un candidat idéal,
- $O_2=(\tau_4, \tau_4, \tau_0, \tau_1, \tau_1, \tau_0)$ n'est pas du tout un candidat idéal,
- $O_3=(\tau_2, \tau_2, \tau_4, \tau_2, \tau_1, \tau_1)$ est un candidat tout à fait idéal.

- Remarque :

Dans ce contexte multivalent , il est également possible d'utiliser des règles du type Il est **au moins** υ_β-vrai que A_i **implique** B_j Pour cela, il suffit d'utiliser la règle de Modus-ponens généralisée étudiée dans ([9], [13], [14]) .

3.3. Cas particulier.

Dans les conditions fixées dans le paragraphe précédent, il peut arriver que, compte tenu de la décision à prendre, la réponse à une question n'ait aucune importance pour la dite décision. C'est pourquoi, nous permettrons à l'expert d'utiliser le signe '-' (indifférent) dans le vecteur idéal à la place d'un degré de vérité. Ceci veut dire que, dans le vecteur idéal, on peut avoir M+1 valeurs possibles, les M degrés de vérité et l'indifférent '-' qui signifie que toute observation convient comme composante du vecteur idéal. Notons toutefois qu'il ne faut pas confondre '-' avec τ^* (le moyennement-vrai, élément égal à sa négation quand M est impair).

Il se peut également qu'en répondant à une question, on soit tenté de répondre '-' (indifférent) parce qu'on ne sait pas répondre ou tout simplement, on ne peut pas répondre : c'est une absence de réponses qu'il ne faut pas confondre avec τ^*.

Compte tenu de l'utilisation de l''-' dans les vecteurs idéaux et dans les observations, nous proposons les règles suivantes pour calculer les composantes du degré de concordance. On peut distinguer deux cas :

- 1 - Un "indifférent" dans le vecteur idéal est considéré comme étant compatible avec n'importe quelle observation (même indifférente) :

$$d^k_{ij} = \tau_{M-1} \text{ si } \{\tau_i = \text{'-'} \text{ et } \tau_j \in [\tau_1, \tau_{M-1}]\} \text{ ou } \{\tau_i = \text{'-'} \text{ et } \tau_j = \text{'-'}\}$$

- 2 - Un "indifférent" dans l'observation est considéré comme une mauvaise réponse, il est donc incompatible avec toute composante idéale, sauf si celle-ci est également "indifférent" : $d^k_{ij} = \tau_0$ si $\tau_i \in [\tau_1, \tau_{M-1}]$ et $\tau_j =$ '-'.

- Remarques:

-1- Dans ces règles, nous supposons que les τ_i désignent les composantes du vecteur idéal et les τ_j celles de l'observation.

-2- Ces règles nous permettent de rester cohérent avec la réalité. En contre-partie, elles nous font perdre des propriétés du degré de concordance (ex. la symétrie).

4. CONCLUSION.

Nous venons de proposer une méthode de traitement des questionnaires hiérarchisés reposant sur une logique multivalente utilisant l'implication de Lukaciewicz. La méthode de sélection que nous avons choisie peut être considérée comme une variante des méthodes de masques utilisées dans le traitement des tables de décision [17].

Ces questionnaires hiérarchisés sont très fréquemment utilisés dans les sondages d'opinion, les sélections dans les établissements et en diagnostic médical.

Actuellement, nous participons à l'élaboration d'un système expert en collaboration avec l'équipe de E. Burattini (Instituto de Cibernetica - Naples). La méthode présentée ici va permettre de gérer de façon linguistique les nombreux questionnaires hiérarchisés utilisés de ce système expert en diagnostic médical.

5. REFERENCES.

[1] **H. Akdag** : A propos des questionnaires d'enquête et des tables de décision ambiguës. *Inform. et Sciences humaines n° 64 p 32 - 42. 1985.*

[2] **H. Akdag & B. Bouchon** : Tables de décision associées à un questionnaire d'enquête : évaluation de sa décidabilité. *25 ième journées européennes pour l'aide à la décision multicritère. Bruxelles 1987.*

[3] **H. Akdag & M. De Glas & D. Pacholczyk** : Towards a Qualitative Theory of Uncertainty. *LAFORIA. Rapport interne n° 90/08 (article soumis à communication).*

[4] **H.Akdag & D. Pacholczyk** : SEQUI : Un système expert pour le traitement de questionnaires incertains. *Journées orléannaises "Gestion de l'incertitude dans les systèmes décisionnels". Orléans Sept. 1987.*

[5] **H. Akdag & D. Pacholczyk** : Linguistic management of a knowledge based system using a many-valued logic. *Joint international conference EURO IX - TIMS XXVII - PARIS 1988.*

[6] **H. Akdag & D. Pacholczyk** : Gestion linguistique d'une base de connaissances. *LAFORIA - Rapport interne n° 88/34 .*

[7] **H. Akdag & D. Pacholczyk** : Treillis distributifs et degrés de vérité linguistiques. *BUSEFAL-89 n° 37.*

[8] **H. Akdag & D. Pacholczyk** : Incertitude et logique multivalente. Première partie : Etude théorique. *BUSEFAL-89 n° 38.*

[9] **H. Akdag & D. Pacholczyk** : Incertitude et logique multivalente. Deuxième partie : Application aux systèmes experts. *BUSEFAL-89 n° 39.*

[10] **H. Akdag & D. Pacholczyk**: Linguistic management of a knowledge based system. *(article soumis à communication).*

[11] **M. De Glas** : Knowledge representation in fuzzy setting. *LAFORIA - Rapport interne n° 89/48.*

[12] **D. Pacholczyk** : Introduction d'un seuil dans le calcul de l'incertitude en logique floue. *BUSEFAL-89 n° 32.*

[13] **D. Pacholczyk** : Logiques propositionnelles multivalentes et gestion de l'incertitude. *LAFORIA - Rapport interne n° 89/49.*

[14] **D. Pacholczyk** : Incertitude et logique multivalente : Interprétation et complétude. *BUSEFAL-89 n° 40.*

[15] **C.F. Picard** : Graphs and Questionnaires. *North Holland publishing Company. Amsterdam 1980.*

[16] **J.B. Rosser & A.R. Turquette** : Many-valued logics. *North Holland publishing Company. Amsterdam 1958.*

[17] **C. R. Muthukrishnan & V. Rajamaran** : On the conversion of decision tables to computers programs. *Communications of A.C.M. Vol 13 n° 6. Juin 1970.*