INCERTITUDE ET LOGIQUE MULTIVALENTE
Deuxième partie : Application aux systèmes experts

H. Akdag(*) (**) D. Pacholczyk (*) (**)

(*) LAFORIA : Equipe " Logiques de l'incertitude". Université de PARIS VI
4, place Jussieu - 75252 Paris Cedex 05

(**) LERI : Université de REIMS
rue des Crayères - BP 257 - 51059 Reims Cedex

RESUME: Dans [3] nous avons présenté un modèle de gestion linguistique de l'incertitude dans les systèmes à base de connaissances. Nous allons montrer dans cet article que ces résultats peuvent être utilisés pour définir puis gérer un système expert manipulant des données incertaines.

I - GESTION LINGUISTIQUE DE L'INCERTITUDE :

Dans le contexte des ensembles flous, on peut construire ([1] , [3]) un modèle de gestion de l'incertitude sur les degrés de vérité. Un treillis distributif vérifiant les lois de Morgan nous permet de gérer des degrés de vérité linguistiques. Une logique propositionnelle multivalente est alors construite. En utilisant les notions de conséquence τ_α - valide et de τ_α - tautologie, on a défini une sémantique multivalente. La théorie proposée est complète([4]).

Nous allons rappeler les principales notations utilisées et quelques résultats obtenus pour M valeurs de vérité. Comme dans [3], on présentera les résultats en supposant que M = 11. Ils restent vrais pour tout treillis à P éléments ayant les mêmes propriétés [2].

I - 1 - Le treillis L_{11} des degrés de vérité linguistiques.

Soit L_{11} = { pas du tout , très peu , peu , assez peu , plutôt peu , moyennement , plutôt , assez , très , franchement très , tout à fait }.

Posons $n(\alpha) = 12 - \alpha$ et $L_{11} = \{ \tau_\alpha , \alpha = 1 ,11 \}$. La relation d'ordre, notée $\leq$, vérifie $\tau_\alpha \leq \tau_\beta \Leftrightarrow \alpha \leq \beta$. Les opérateurs $\sim$, $\vee$ et $\wedge$ sont tels que:

$$1 : \sim \tau_\alpha = \tau_{n(\alpha)}. \quad 2 : \tau_\alpha \vee \tau_\beta = \tau_{\max(\alpha , \beta)} . \quad 3 : \tau_\alpha \wedge \tau_\beta = \tau_{\min(\alpha , \beta)} .$$

I - 2 - Définition d'une sémantique multivalente:

- *L'implication notée* $\rightarrow_L$.

Si $\tau_\alpha \leq \tau_\beta$ alors $\tau_\alpha \rightarrow_L \tau_\beta = \tau_{11}$ sinon $\tau_\alpha \rightarrow_L \tau_\beta = \tau_{11-\alpha+\beta}$.

- *Les opérateurs de base* v_β = **exactement** τ_β .

Si $\beta = \alpha$ alors $v_\beta \tau_\alpha = \tau_{11}$ sinon $v_\beta \tau_\alpha = \tau_1$.

- *Les opérateurs* w_β = **au moins** τ_β .

Si $\beta \leq \alpha$ alors $w_\beta \tau_\alpha = \tau_{11}$ sinon $w_\beta \tau_\alpha = \tau_1$.

- *Les opérateurs* **appartient à (E)** *et* **entre τ_{u1} et τ_{u2}** .
Si E={ v_{u1} , v_{u2} , ... , v_{ui} , ... , v_{uk} } alors
appartient à (E) $\tau_\alpha = v_{u1}\tau_\alpha \vee v_{u2}\tau_\alpha \vee ... \vee v_{ui}\tau_\alpha \vee ... \vee v_{uk}\tau_\alpha$.
Si $v_\alpha \in E$ **appartient à (E)** $\tau_\alpha = \tau_{11}$ sinon **appartient à (E)** $\tau_\alpha = \tau_1$.
On notera encore: **appartient à (E) =** τ_{u1} **ou** τ_{u2} **... ou** τ_{ui} **... ou** τ_{uk} .
- <u>Cas particulier:</u> Quand E = [v_{u1} , v_{u2}] alors **appartient à ([v_{u1} , v_{u2}])** sera noté **entre τ_{u1} et τ_{u2}**.
- *Interprétation sémantique de l'ensemble des formules propositionnelles.*
A partir de **P** un ensemble non vide de symboles et des ensembles **T** = { t_α , $\alpha = 1, M$ } ; **F1** = { $\neg$ } $\cup$ { V_β , $\beta = 1, M$ } ; **F2** = { $\rightarrow_L$ } on définit inductivement l'ensemble ***F*** des formules propositionnelles. Les opérateurs **v** , $\wedge$, W_β et **appartient à (E)** sont construits à partir des précédents.
Toute **interprétation** I de ***F*** dans L_{11} est telle que:
$I(t_\alpha) = \tau_\alpha$; $I(\neg A) = \sim I(A)$; $I(V_\alpha A) = v_\alpha I(A)$; $I(A \rightarrow_L B) = I(A) \rightarrow_L I(B)$;
$I(W_\beta A) = w_\beta I(A)$; $I(A \vee B) = I(A) \vee I(B)$; $I(A \wedge B) = I(A) \wedge I(B)$.
Si E = { $V_{\beta 1}$, ... , $V_{\beta i}$,..., $V_{\beta k}$ } et E' = { $v_{\beta 1}$, ... , $v_{\beta i}$,..., $v_{\beta k}$ } alors:
I (**appartient à (E)** A) = **appartient à (E')** I (A) .
- <u>Remarque:</u> En se référant à la langue française, A **v** B , A $\wedge$ B et $\neg$ A seront assimilés à A **ou** B , A **et** B et **n'est pas** A (**ou non** A).
- <u>Exemples:</u>
a - Si la proposition " Durand est jeune " est **très** vraie alors les propositions " Durand est **exactement peu** *jeune* " et " Durand est **au moins peu** *jeune* " sont respectivement **pas du tout** et **tout à fait** vraies.
b - Si la proposition " Durand est *grand* " est **moyennement** vraie alors " Durand est **entre assez et franchement très** *grand* " est **tout à fait** vraie.
c - Si " la température de Durand est *élevée* " est **assez** vraie alors " la température de Durand est **peu ou assez** *élevée* " est **tout à fait** vraie.
- *B conséquence τ_α- valide de A notée* A $|=_\alpha$ B.
Soient A et B deux formules de ***F*** , B est **conséquence τ_α- valide** de A si et seulement si $I(B) \geq \sim (I(A) \rightarrow_L \sim \tau_\alpha)$.
$$\forall (A, B) \in F^2 , \{ A \models_\alpha B \Leftrightarrow I(B) \geq \sim (I(A) \rightarrow_L \sim \tau_\alpha) \}.$$
- *B conséquence valide de A et implication sémantique notée* A |= B .
$$A \models B \Leftrightarrow I(B) \geq I(A).$$
- *τ_α -tautologie et tautologie A notées* $|=_\alpha$ A *et* |= A .
A est une **τ_α- tautologie** si et seulement si $I(A) \geq \tau_\alpha$.
$$\models_\alpha A \Leftrightarrow I(A) \geq \tau_\alpha .$$
Si $\tau_\alpha = \tau_M$ alors on parlera de **tautologie:** $\models A \Leftrightarrow I(A) = \tau_M$

On a, en particulier, les résultats suivants([1]):

- *Proposition 1:* $\forall (\alpha, \beta) \in [1, 11]^2$ et $x \in [1, 11]$ on a :

$$\tau_x \geq \sim(\tau_\beta \to_L \sim \tau_\alpha) \Leftrightarrow \tau_\beta \to_L \tau_x \geq \tau_\alpha.$$

- *Proposition 2:* $\forall (A, B) \in F^2, \{ A \models_\alpha B \Leftrightarrow \models_\alpha A \to_L B \}$.

II - EXPLOITATION DE CONNAISSANCES INCERTAINES:

La réalisation d'un système expert nécessite la mise en place de mécanismes d'exploitation de ces connaissances. Il faut que le système puisse effectuer des déductions à partir des faits et règles figurant dans la base. Nous allons généraliser la règle classique de Modus-ponens.

Désignons par $E = \{ \tau_{u1}, \dots, \tau_{ui}, \dots, \tau_{up} \}$ un sous-ensemble de L_{11}. Soit $\min(E)$ l'élément minimal de E et une formule $A \in F$ qui vérifie $I(A) \in E$. Comme l'implication est décroissante par rapport à son premier argument, on a: $I(A) \geq \min(E) \Rightarrow \sim(I(A) \to_L \sim \tau_\alpha) \geq \sim(\min(E) \to_L \sim \tau_\alpha)$.

On va s'intéresser aux propositions $B \in F$ conclusions de $A \to_L B$. Etudions les deux cas suivants:

1- $\models_\alpha A \to_L B$.

On en déduit que(*Proposition1*): $I(B) \geq \sim(I(A) \to_L \sim \tau_\alpha)$. D'où :

- *Proposition 3:* ***Généralisation du Modus-ponens***

$$\forall (A, B) \in F^2, \{ I(A) \in E \text{ et } \models_\alpha A \to_L B \} \Rightarrow I(B) \geq \sim(\min(E) \to_L \sim \tau_\alpha).$$

<u>- Cas particuliers:</u> En prenant, $E = \{ \tau_\beta \}$ ou $E = [\tau_\beta, \tau_{11}]$, on a:

a - $\forall (A, B) \in F^2, \{ I(A) = \tau_\beta \text{ et } \models_\alpha A \to_L B \} \Rightarrow I(B) \geq \sim(\tau_\beta \to_L \sim \tau_\alpha)$.

b - $\forall (A, B) \in F^2, \{ \models_\beta A \text{ et } \models_\alpha A \to_L B \} \Rightarrow I(B) \geq \sim(\tau_\beta \to_L \sim \tau_\alpha)$.

<u>- Remarque:</u> On peut **chaîner** les **inférences.** En effet on peut écrire: $\forall (A, B, C) \in F^3$,

$$\{ \models_\beta A \text{ et } \models_{\alpha 1} A \to_L B \} \Rightarrow I(B) \geq \sim(\tau_\beta \to_L \sim \tau_{\alpha 1}) = \tau_{\gamma 1}$$

$$\{ I(B) \geq \tau_{\gamma 1} \text{ et } \models_{\alpha 2} B \to_L C \} \Rightarrow I(C) \geq \sim(\tau_{\gamma 1} \to_L \sim \tau_{\alpha 2}) = \tau_{\gamma 2}$$

2- $I(A \to_L B) = \tau_\alpha$ et E tel que $\min(E) \geq \sim \tau_\alpha$.

Dans ce cas: $I(A \to_L B) = \tau_\alpha \Leftrightarrow I(B) = \sim(I(A) \to_L \sim \tau_\alpha)$. D'où :

- *Proposition 4:*

$\forall (A, B) \in F^2$ et E tel que $\min(E) \geq \sim \tau_\alpha$:

$$\{ I(A) \in E \text{ et } I(A \to_L B) = \tau_\alpha \} \Rightarrow I(B) \geq \sim(\min(E) \to_L \sim \tau_\alpha).$$

<u>- Cas particuliers:</u> En prenant, $E = \{ \tau_\beta \}$ ou $E = [\tau_\beta, \tau_{11}]$, on a:

$\forall (A, B) \in F^2$ et $\tau_\beta \geq \sim \tau_\alpha$:

a - $\{ I(A) = \tau_\beta \text{ et } I(A \to_L B) = \tau_\alpha \} \Leftrightarrow I(B) = \sim(\tau_\beta \to_L \sim \tau_\alpha)$.

b - $\{ \models_\beta A \text{ et } I(A \to_L B) = \tau_\alpha \} \Rightarrow I(B) \geq \sim(\tau_\beta \to_L \sim \tau_\alpha)$.

<u>- Remarque:</u> Si $\min(E) < \sim \tau_\alpha$ on ne peut pas avoir $I(\min(E) \to_L B) = \tau_\alpha$.

- *Proposition 5:* ***Généralisation du modus-tollens :***

$\forall (A, B) \in F^2$, $\{ \models_\beta A \to_L B$ et $\models_\alpha \neg B \} \Rightarrow I(\neg A) \geq \sim (\tau_\beta \to_L \sim \tau_\alpha)$.

Elle résulte du fait que : $A \to_L B \Leftrightarrow \neg B \to_L \neg A$.

III - APPLICATION AUX SYSTEMES EXPERTS:

Nous allons nous intéressons, plus particulièrement, à des systèmes experts manipulant des données incertaines. Il s'agit en particulier, de savoir quels faits et règles on peut manipuler. Il est ensuite nécessaire, de préciser dans quelles conditions une règle est déclenchable. Enfin, il faut connaître le mode de propagation des valeurs de vérité lors du déclenchement d'une règle.

Les résultats précédents ajoutés à ceux obtenus dans ([1],[3]) nous permettent de proposer à l'expert:
- un formalisme assez général de représentation des connaissances incertaines, utilisant une évaluation linguistique de l'incertitude,
- et un mécanisme d'exploitation des connaissances effectuant sur les données un raisonnement de type qualitatif.

III - 1 - La base de faits *BF* :

*III - 1 - 1 : L'ensemble **P'** des propositions possibles.*

Soit $P = \{ p_i, i = 1, n \}$ l'ensemble des **propositions incertaines** utilisées par l'expert pour définir la base de connaissances.

- Exemples: On peut trouver dans P les propositions:

p_1= " la température du malade est *élevée* " et p_2= " l'individu est *jeune* " .

En utilisant la logique multivalente proposée, on peut construire un ensemble de **propositions possibles à valeurs booléennes**, noté P', de la manière suivante:

$P' = \{q_j$ et $\neg q_j \mid q_j =$ **appartient à (E)** p_i avec $p_i \in P$ et $E = \{v_{\beta 1}, \ldots, v_{\beta i}, \ldots, v_{\beta k}\} \}$.

- Exemples: Si on prend $p_2 \in P$ et $E = \{ v_3, v_7, v_9 \}$ alors dans P' on trouve :
- " l'individu est **peu ou plutôt ou très** *jeune* " et
- " l'individu **n'est pas peu ou plutôt ou très** *jeune* ".

- Remarque: P' contient l'ensemble P'' suivant:

$P'' = \{ q_j \mid q_j = v_\delta\, p_i$ ou $w_\delta\, p_i$ ou $\neg v_\delta\, p_i$ ou $\neg w_\delta\, p_i$ avec $p_i \in P$, $\delta = 1, 11 \}$.

Exemple: Si p_1 figure dans P alors dans P'' on trouve :
- $v_9\, p_1$ = " la température du malade est **exactement très** *élevée* ".
- $w_8\, p_1$ = " la température du malade est **au moins assez** *élevée* ".
- $\neg v_4\, p_1$ =" la température du malade **n'est pas exactement assez peu** *élevée*" .
- $\neg w_2\, p_1$ =" la température du malade **n'est pas au moins très peu** *élevée* ".

*III - 1 - 2 : Définition d'une base de faits **BF** :*

Pour toute interprétation I, une **base de faits *BF*** est un ensemble de propositions $q_j \in \boldsymbol{P}'$ **tout à fait** vraies.

$$BF = \{ q_j \mid q_j \in P' \text{ et } I(q_j) = \tau_{11} \}.$$

On notera ***BPI*** l'ensemble des $p_m \in \boldsymbol{P}$ associées aux $q_j \in \boldsymbol{BF}$

- Exemple: Si ***P*** contient les propositions incertaines p_1 et p_2, alors on peut trouver dans ***BF*** les faits:

q_1 = la température du malade est **au-moins assez** *élevée* et

q_2= l'individu est **exactement très** *jeune*.

*III - 1 - 3 : Caractérisation des propositions de **P'** vraies par rapport à **BF**:*

Pour tout fait $q_j \in \boldsymbol{BF}$, on peut définir les valeurs de vérité $\Gamma(p_m)$ de la proposition $p_m \in \boldsymbol{BPI}$ qui lui correspond. Dans le cas général, posons: $E = \{ v_{u1}, v_{u2}, \dots, v_{ui}, \dots, v_{uk} \}$ et $F = \{ \tau_{u1}, \tau_{u2}, \dots, \tau_{ui}, \dots, \tau_{uk} \}$. On obtient:

$$q_j = \textbf{appartient à } (E)\, p_m \Rightarrow \Gamma(p_m) = F \text{ et}$$

$$q_j = \neg\, \textbf{appartient à } (E)\, p_m \Rightarrow \Gamma(p_m) = L_{11} - F.$$

En particulier:

$q_j = v_\delta\, p_m \Rightarrow \Gamma(p_m) = \{ \tau_\delta \}$; $q_j = w_\delta\, p_m \Rightarrow \Gamma(p_m) = [\tau_\delta, \tau_{11}]$;

$q_j = \neg\, v_\delta\, p_m \Rightarrow \Gamma(p_m) = L_{11} - \{ \tau_\delta \}$; $q_j = \neg\, w_\delta\, p_{m (\delta \neq 1)} \Rightarrow \Gamma(p_m) = [\tau_1, \tau_\delta[$.

L'exemple précédent donne $I(p_1) \geq$ **assez** vraie et $I(p_2)$ = **très** vraie.

Soit une proposition incertaine $p_m \in \boldsymbol{BPI}$ et $\Gamma(p_m)$ l'ensemble de ses degrés de vérité par rapport à la base courante ***BF***. On veut savoir dans quel cas, une proposition $q_j \in \boldsymbol{P'}$ construite à partir de p_m est **tout à fait** vraie par rapport à ***BF***. Soit encore: $\forall\ \tau_\alpha \in \Gamma(p_m)$, $I(q_j) = \tau_{11}$. On trouve:

$$\{ q_j = \textbf{appartient à } (E)\, p_m \textbf{ tout à fait} \text{ vraie} \} \Leftrightarrow \Gamma(p_m) \subset F$$

$$\{ q_j = \neg\, \textbf{appartient à } (E)\, p_m \textbf{ tout à fait} \text{ vraie} \} \Leftrightarrow \Gamma(p_m) \cap F = \varnothing .$$

On peut donc écrire que:

$q_j = v_\delta\, p_m \Leftrightarrow \Gamma(p_m) = \{ \tau_\delta \}$; $q_j = w_\delta\, p_m \Leftrightarrow \tau_\delta \leq \min \{ \Gamma(p_m) \}$;

$q_j = \neg\, v_\delta\, p_m \Leftrightarrow \tau_\delta \notin \Gamma(p_m)$; $q_j = \neg\, w_\delta\, p_m \Leftrightarrow \tau_\delta > \max \{ \Gamma(p_m) \}$.

Il est possible, connaissant la base de faits ***BF***, de calculer $\Gamma(p_m)$ pour toute proposition $p_m \in \boldsymbol{BPI}$, et ensuite de trouver les propositions associées $q_j \in \boldsymbol{P'}$ **tout à fait** vraies par rapport à ***BF***.

- Exemple: En prenant p_1, on peut ainsi choisir: $E' = \{ \tau_{uq} \geq$ **assez** vraie $\}$ ou $E'' = \{$ **franchement très** vraie$\}$.

Si $E(p_1) = E'$, il est **tout à fait** vrai que:

- " la température du malade est **au-moins peu** *élevée* ".

Par contre, il n'est pas **tout à fait** vrai que:

- " la température du malade est **exactement peu** *élevée* ", et
- " la température du malade **n'est pas exactement très** *élevée* ", et
- " la température du malade **n'est pas au moins peu** *élevée* ".

Si on choisit cette fois, E(p_1) = E", il est **tout à fait** vrai que:

- " la température du malade est **au-moins peu** *élevée* " ,
- " la température du malade est ¬ **exactement peu** *élevée* ".

Mais, il n'est pas **tout à fait** vrai que:

- " la température du malade est **exactement peu** *élevée* ", et
- " la température du malade est ¬ **au-moins peu** *élevée* ".

- Remarque:

Une proposition $q_j \in \boldsymbol{P'}$ qui n'est pas **tout à fait** vraie, par rapport à ***BF*** , ne peut être, pour chaque valeur de vérité de p_m , que **tout à fait** ou **pas du tout** vraie.

III - 2 - La base de règles *BR* :

Toute règle de production est du type suivant **Si C alors D,**
avec $C = A_1 \wedge ... \wedge A_i \wedge ... \wedge A_k$ *et* $D = B_1 \wedge ... \wedge B_j \wedge .... \wedge B_r$,
et sachant que : $A_i = A_{i1} \vee ... \vee A_{is} \vee ... \vee A_{ih_i}$,
et $A_{is} \equiv \boldsymbol{P'}$ *pour* $i = 1 , k$ *et* $s = 1 , h_i$; $B_j \in \boldsymbol{P'}$ *pour* $j = 1 , r$.

- Exemple: Supposons que $\boldsymbol{P} = \{ p_1 , p_2 , p_3 , p_4 \}$ avec:

p_1 = " les douleurs sont *rythmées dans la journée* ",
p_2 = " les douleurs sont *fréquentes dans la région dorsale basse* ",
p_3 = " les douleurs sont *calmées par les aliments* ",
p_4 = " le diagnostic d'ulcère est *suggéré* ".

On peut construire la règle (ou **au-moins** est sous-entendu):

Si les douleurs sont **moyennement** *rythmées dans la journée*
et les douleurs sont **assez** *fréquentes dans la région dorsale basse*
et les douleurs sont **franchement très** *calmées par les aliments*
alors le diagnostic d'ulcère est **assez** *suggéré.*

Nous allons voir que l'on peut évaluer, par rapport à ***BF*** , les degrés de vérité de leur partie prémisse, et ensuite de leur partie conclusion. Notons que, lorsque la prémisse C peut être calculée, elle ne peut recevoir que les valeurs de vérité **tout à fait** ou **pas du tout** vraies.

III - 3 - Evaluation de la partie prémisse d'une règle :

Pour une base de faits ***BF*** donnée, on sait quelles propositions A_{is} sont **tout à fait** vraies. Or, par définition: $A_i = A_{i1} \vee ... \vee A_{is} \vee ... \vee A_{ih_i}$.

Toute condition A_i est **tout à fait** vraie si et seulement si l'une de ses composantes A_{is} est **tout à fait** vraie.

La prémisse C de chaque règle s'écrit $C = A_1 \wedge \ldots \wedge A_i \wedge \ldots \wedge A_k$. Il s'ensuit que, si toutes les conditions A_i sont **tout à fait** vraies alors la prémisse C est **tout à fait** vraie. Par contre, si l'une d'entre elles n'est pas **tout à fait** vraie alors C n'est pas **tout à fait** vraie.

<u>- Exemple:</u> Choisissons comme base de faits (**au-moins** est sous-entendu):

BF = $\{ v_7\, p_1 , v_9\, p_2 , v_{11}\, p_3 \}$, soit encore,

BF = { p_1 est **plutôt** vraie , p_2 est **très** vraie , p_3 est **tout à fait** vraie }.

On en déduit que la prémisse C de la règle précédente est **tout à fait** vraie.

III - 4- Propagation des valeurs de vérité:

Vérifions maintenant qu'il est possible, d'estimer le degré de vérité linguistique des propositions de base composant sa partie conclusion. En effet, les règles sont du type: **Si C alors D**. Elles se traduisent sous la forme:

$$\models C \rightarrow_L D \text{ ou encore } I (C \rightarrow_L D) = \tau_{11}.$$

Si E désigne l'ensemble des degrés de vérité de **C** (inclus dans $\{ \tau_1 , \tau_{11} \}$), la *proposition 3* nous donne I(**D**) ≥ min(E).

C'est pourquoi, seules les règles pour lesquelles la prémisse C est **tout à fait** vraie par rapport à ***BF*** , peuvent fournir des déductions non triviales, c'est-à-dire, telles que $I (D) > \tau_1$. Dans la base de règles ***BR*** , une **règle** est donc **candidate** si sa prémisse **C** est **tout à fait** vraie. On en déduit alors que **D** est **tout à fait** vraie. Comme:

$$D = B_1 \wedge \ldots \wedge B_j \wedge \ldots \wedge B_r \text{ on a: } I(D) = \tau_{11} \Rightarrow \{ I (B_j) = \tau_{11} , j = 1 , r \}.$$

Toutes les conclusions sont **tout à fait** vraies. On peut alors, en utilisant les résultats du paragraphe III - 1, évaluer les degrés de vérité des propositions p_m correspondantes.

<u>Exemple:</u> Si la règle précédente, pour laquelle $I(C) = \tau_{11}$, est déclenchée, on en déduira que " le diagnostic d'ulcère est **assez** suggéré " est **tout à fait** vrai. Ceci nous donnera pour la proposition p_4 :

$$I (p_4) = I (\text{" le diagnostic d'ulcère est suggéré "}) \geq \textbf{assez} \text{ vraie.}$$

III - 4 - Combinaison des évaluations d'origines différentes:

En général, dans un système expert une proposition incertaine sera évaluée de plusieurs manières. En particulier, deux règles déclenchées par le moteur d'inférence donneront des évaluations différentes de cette proposition. Le problème est alors de savoir comment les combiner.

Le choix est plutôt d'ordre philosophique que logique. On peut toutefois proposer à l'expert des solutions standards, prudentes ou non. Désignons par E et E' ces deux évaluations linguistiques d'une proposition incertaine p_m .

Il peut choisir, comme nouvelle évaluation E", par exemple :

a - une solution prudente, à savoir E" = E ∪ E' pour laquelle:

$$\min(E'') = \min(\min(E) , \min(E')).$$

b - ou une solution qui renforce l'évaluation en prenant E" = E ∩ E'. Cette fois

$$\min(E'') \geq \max (\min(E) , \min(E')) \text{ si } E'' \neq \emptyset.$$

- Exemple: Pour une proposition p_m , si une source E donne $I(p_m) \geq \tau_{\gamma 1}$ et une autre E' conduit à $I(p_m) \geq \tau_{\gamma 2}$ avec $\tau_{\gamma 1} > \tau_{\gamma 2}$, alors les solutions proposées conduisent à $I(p_m) \geq \tau_{\gamma 2}$ dans le premier cas et $I(p_m) \geq \tau_{\gamma 1}$ dans le second.

V - 5 - Le cycle de base d'un moteur d'inférences:

On peut ainsi définir le **cycle de base** d'un moteur d'inférences. Si l'on choisit comme **déclencheurs** de règles leurs **membres gauches**, les résultats précédents fournissent les conditions de filtrage dans la **phase d'évaluation** du cycle. Dans la **phase d'exécution**, on sait comment propager les valeurs de vérité aux conclusions lors du déclenchement d'une règle. On peut enfin combiner des évaluations d'origines différentes. On obtient ainsi un moteur d'inférences fonctionnant en **chaînage-avant** sur une base de règles traitant des données incertaines.

IV - CONCLUSION

Dans ce travail nous avons proposé un modèle de représentation et d'exploitation de l'incertain applicable aux systèmes experts. Un formalisme de représentation des règles de production est proposé à l'expert. Il dispose alors d'un moteur d'inférences effectuant, sur des données de nature incertaines, un raisonnement de nature qualitative plutôt que quantitative. Notons enfin que, la logique multivalente proposée valide les degrés de vérité des résultats trouvés.

V - REFERENCES

[1] **H. Akdag et D. Pacholczyk:** Gestion linguistique d'une base de connaissances. *LAFORIA - Rapport interne n° 88/34* .

[2] **H. Akdag et D. Pacholczyk:** Treillis distributifs et degrés de vérité linguistiques. *BUSEFAL-89 n° 37.*

[3] **H.Akdag et D. Pacholczyk:** Incertitude et logique multivalente. Première partie : Etude théorique *(à paraître dans BUSEFAL).*

[4] **D. Pacholczyk:** Une logique propositionnelle multivalente et ses théorèmes de complétude.(*en préparation*).