# ANALOGIE, FLOU ET SYSTEMES EXPERTS *

Henri Prade
Laboratoire "Langages et Systèmes Informatiques"
Université Paul Sabatier
118, route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex

## 1 - Raisonnement par analogie

La spécificité du raisonnement par analogie [Do 49] réside dans le rapprochement de deux situations particulières : on infère qu'il est plausible qu'une propriété soit vraie pour un objet x', sachant qu'une propriété similaire tient pour un objet $x_0$, et que par ailleurs les objets $x_0$ et x' sont semblables du point de vue d'un ensemble d'autres propriétés. Ceci peut être schématisé de la façon suivante

$$\begin{array}{ll} \text{objet } x_0 : & (P(x_0) = P_1(x_0) \wedge \ldots \wedge P_n(x_0),\ Q(x_0)) \\ \text{objet } x' : & (P'(x') = P'_1(x') \wedge \ldots \wedge P'_n(x'),\quad )\ Q'(x')\ ? \end{array}$$

où P, P' sont des prédicats composés à partir des prédicats élémentaires $P_i$, (i = 1,...,n) et $P'_i$ (i = 1,...,n) respectivement, qui prennent la valeur 'vrai' pour les objets $x_0$ et x' ; Q est un prédicat qui prend la valeur 'vrai' pour $x_0$ ; les prédicats $P_i$ et $P'_i$ sont supposés identiques ou similaires (dans un sens à préciser) pour tout i. Alors le raisonnement par analogie consiste à inférer qu'un prédicat Q', identique ou similaire à Q, est satisfait par l'objet x'. En d'autres termes, Q'(x') doit être à $Q(x_0)$, ce que P'(x') est à $P(x_0)$.

Pour plus de détails, voir [Ch 81], [Bo 83], [Fa 82], [Pr 84], [Du 85a], [Pr 87].

-----------------

* Ce court article reprend la matière d'une intervention faite à la Journée "Systèmes Experts et Analogie" du Groupe de Travail sur l'Analogie, organisée dans le cadre des 7ièmes Journées Internationales sur les Systèmes Experts et leurs Applications à Avignon, le 12 mai 1987.

## 2 - Flou et analogie

Considérons l'exemple suivant, adapté de [Bo 83],

$P(x_0)$ : La ville $x_0$ est située au bord de la mer, sa latitude est moyenne

$Q(x_0)$ : Le climat de $x_0$ est tempéré

$P(x')$ : La ville x' n'est pas très loin de la mer, sa latitude est moyenne

Que peut-on dire du climat de la ville x' ? c.a.d. de $Q'(x')$ ?

La validité d'une conclusion telle que "le climat de x' est tempéré", dépend de

- l'existence d'une (inter)dépendance entre d'une part le climat et d'autre part la situation par rapport à la mer et la latitude [Ch 81] [Bo 83]
- l'absence de propriété satisfaite par $x_0$ et pas par x' (et ayant un rapport possible avec le climat) [Tu 73]
- la similarité entre les prédicats fondant l'analogie (dans [Ch 81] ou [Bo 83], l'identité parfaite est requise), la similarité (par exemple entre 'au bord de' et 'pas très loin de') devant s'entendre ici en terme de synonymie approchée
- la certitude que les valeurs réelles d'un attribut de x' et de $x_0$, compatibles avec un même prédicat qui est imprécis ou vague, sont peu différentes. Par exemple, dans quelle mesure sommes nous sûrs que la latitude (moyenne) de x' est au moins approximativement égale à celle de $x_0$ (dont il est également dit qu'elle est 'moyenne') ? Qu'en serait-il si 'moyenne' se trouvait remplacé par un prédicat plus imprécis tel que 'entre le 30ième et le 60ième parallèle ?

L'ensemble des valeurs plus ou moins compatibles avec un prédicat vague peut, dans un contexte donné, être commodément représenté à l'aide d'un ensemble flou [Za 78] ; par exemple les tailles plus ou moins compatibles avec le prédicat 'grand' dans le contexte de la population adulte, mâle française. On peut alors estimer numériquement à l'aide d'une mesure de nécessité à quel point on est sûr que deux valeurs restreintes par des prédicats similaires sont au moins approximativement égales [Fa 82], [Du 85a]. On calculera par exemple Nécessité (approx.-égal ; au-bord-de X pas-très-loin-de) par la formule

$$\inf_{v_0, v'} \max(\mu_{\text{approx.-égal}}(v_0, v'), 1-\min(\mu_{\text{au-bord-de}}(v_0), \mu_{\text{pas-très-loin-de}}(v'))) \quad (1)$$

où $v_0$ et v' sont des valeurs possibles de la distance à la mer des villes $x_0$ et x' respectivement et où μ est la fonction caractéristique de la relation ou de l'ensemble flou porté en indice. Cette quantité peut être calculée aisément en pratique et n'est pas sensible à de légères variations des degrés d'appartenance ou d'interrelation. Voir [Du 85b] pour des justifications et des détails.

N.B.1. Une conclusion obtenue à partir d'un raisonnement par analogie, est par nature incertaine. On peut limiter son caractère incertain en la rendant éventuellement plus vague, par exemple, en concluant que le climat de x' est 'plus ou moins tempéré' plutôt que 'tempéré'.

N.B.2. L'analogie peut être employée récursivement [Be 69]. Par exemple si on sait que 'x' est située au bord d'un grand lac' (plutôt que 'pas très loin de la mer'), on pourra chercher à évaluer à quel point un grand lac et une mer sont similaires en comparant les propriétés typiques de l'un et de l'autre.

### 3 - Inférence de valeurs manquantes dans une base de données [Ar 87]

Considérons un tableau relationnel où les colonnes correspondent à des attributs $A_1$, $A_2$, ..., $A_n$ et B, et où les lignes correspondent à des objets tels que $x_0$ et x'

| | $A_1$ | $A_2$ | ... | $A_n$ | B |
|---|---|---|---|---|---|
| | ... | ... | ... | ... | ... |
| $x_0$ | $a_1$ | $a_2$ | ... | $a_n$ | b |
| | ... | ... | ... | ... | ... |
| x' | $a'_1$ | $a'_2$ | ... | $a'_n$ | ? |
| | ... | ... | ... | ... | ... |

$a_i$ (resp. $a'_i$) est la valeur de l'attribut $A_i$ pour $x_0$ (resp. x'). b est la valeur de l'attribut B pour $x_0$, la valeur correspondante pour x' est supposée inconnue. Les $a_i$, $a'_i$ et b peuvent être des sous-ensembles éventuellement flous de valeurs plus ou moins possibles si l'information dont on dispose est incomplète [Du 85b]. Par ailleurs, des règles d'extrapolation de la forme

si $u_1 R_1 u'_1$ et ... et $u_n R_n u'_n$, alors $v' = F(v)$

sont connues. $u_i$ et $u'_i$ (resp. v et v') sont des variables qui prennent leur valeur dans le domaine de l'attribut $A_i$ (resp. B). Les $R_i$ sont des relations binaires, éventuellement floues, d'égalité, d'interchangeabilité, d'inégalité, ... ; F est une fonction en général floue qui "adapte" la valeur v de l'attribut B correspondant au n-uplet $(u_1,...,u_n)$ à un objet décrit par $(u'_1,...,u'_n)$. L'ensemble flou b' des valeurs possibles de l'attribut B pour x' est alors calculé par la formule [Ar 87]

$$\mu_{b'} = \max(\mu_{F(b)}, 1- \min_i \text{Nécessité } (R_i; a_i \times a'_i)) \qquad (2)$$

où F(b) est l'ensemble flou image de b par F (voir [Du 80] pour la définition) et où Nécessité$(R_i; a_i \times a'_i)$ est défini de façon similaire à l'expression (1). L'égalité (2) exprime que les valeurs possibles de l'attribut B pour x' sont restreintes par F(b) dans la mesure où il est certain que les valeurs de l'attribut $A_i$ pour $x_0$ et x' satisfont bien la relation $R_i$, et ce pour tout i ; sinon les valeurs en dehors de F(b) deviennent d'autant plus possibles pour l'attribut B de x' qu'il est possible qu'au moins une des relations $R_i$ ne soit pas satisfaite par les valeurs de l'attribut correspondant sur $x_0$ et x'.

L'usage de règles d'extrapolation sort du cadre du raisonnement par analogie à strictement parler. En effet les relations $R_i$ ne sont pas nécessairement des relations de similarité, ni F une identité. Chaque règle permet de valider le rapprochement entre deux objets au vu de ce que l'on sait des valeurs qu'ils prennent sur n attributs et de pronostiquer la valeur d'un n+1 unième attribut pour l'un des objets à partir de la valeur prise par l'autre pour cet attribut.

Bien entendu plusieurs rapprochements peuvent être validés entre x' et différents $x_0$ (pour lesquels une information sur la valeur de B est disponible) à l'aide d'une ou plusieurs règles d'extrapolation. Les différents ensembles flous b', obtenus au moyen de (2), sont alors combinés à l'aide de l'opération conjonctive 'min', appliquée point par point aux fonctions d'appartenance $\mu_{b'}$ [Ar 87]. Cette approche a été expérimentée sur une base de données concernant des caractéristiques de moteurs et leurs taux de panne sous différentes conditions d'utilisation. Il s'agissait d'estimer un taux de panne pour un moteur x' de caractéristiques données, à partir des taux de pannes connus pour d'autres moteurs $x_0$ répertoriés, et de règles d'extrapolation.

4 - Des exemples aux règles floues

Les exemples constituent une forme d'expertise relativement pauvre dans la mesure où leur exploitation directe ne peut se faire qu'au travers de raisonnements, tels que le raisonnement par analogie, qui ne peuvent conduire qu'à des conclusions plausibles, sans garantie de validité. Les nouvelles machines, en particulier les machines connectionnistes semblent cependant capables d'exploiter de grandes bases d'exemples ; voir notamment [St 86] où une méthode de raisonnement inductif à partir d'exemples, basée sur une notion de similarité évaluée numériquement, est expérimentée sur une telle machine.

Les règles, en tant qu'elles expriment des lois "universelles", constituent une expertise plus riche (mais peut être pas toujours disponible), qui peut être exploitée à l'aide de raisonnements de type déductif offrant des garanties quant à la validité des conclusions.

A partir d'une base de données / d'exemples relative à des objets $x_i$, on peut résumer, synthétiser l'information contenue dans la base sous forme de règles qui seront vérifiées par tous ou par la plupart des objets de la base (mais pas nécessairement par un nouvel objet x' !). Soit le tableau relationnel

| | $A_1$ | ... | $A_n$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | $a_1^1$ | ... | $a_n^1$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $x_m$ | $a_1^m$ | ... | $a_n^m$ |

il s'agit alors d'obtenir des règles telles que "Une proportion q des objets dont la valeur de $A_i$ est restreinte par $a^i$ et ... et la valeur de $A_j$ est restreinte par $a^j$, ont une valeur de $A_k$ restreinte par $a^k$", où q, $a^i, \ldots, a^j$, et $a^k$ sont à déterminer (ainsi que les i,...,j et k concernés). On cherchera à avoir la proportion q aussi grande que possible, les ensembles $a^i, \ldots, a^j$ aussi grands que possible et $a^k$ aussi petit que possible, afin d'obtenir des règles dont la partie condition correspond à une situation aussi peu spécifique que possible et dont la conclusion est non-triviale. Ce problème est celui de la généralisation à partir d'exemples en apprentissage. Le résumé, sous forme de lois générales, de bases de données où les $a_i^j$ (et par suite les $a^k$ et q) peuvent être des ensembles flous, est abordé dans [Pr 85].

Les règles floues permettent une synthèse plus nuancée de la connaissance. Soit par exemple une règle de la forme "si A(x) est a, alors B(x) est b" (où a et b sont des ensembles éventuellement flous qui restreignent les valeurs possibles des attributs A et B d'un objet x). Le fait que parmi les valeurs possibles de B(x), certaines sont davantage possibles que d'autres, se traduira naturellement par un ensemble b flou. Un ensemble a flou permettra de prendre en compte le passage continu d'une catégorie dans une autre. Ainsi par exemple si un taux peut être perçu par un expert comme 'normal', 'élevé' ou 'alarmant' suivant sa valeur, cela ne signifie pas en général qu'il y ait une frontière précise entre 'normal' et 'élevé', ou entre 'élevé' et 'alarmant' ; au contraire en général on passe continuement d'une catégorie dans une autre, ce que ne permet pas une représentation en termes d'ensembles ordinaires. Des règles telles que 'si le taux est élevé, alors ..." auront ainsi naturellement une partie condition floue. Des règles telles que "plus A(x) est a, plus B(x) est b" (par exemple "plus grande est la proximité de la mer, plus tempéré est le climat") sont également bien capturées à l'aide d'ensembles flous [Du 80 ; p. 96]. Des règles de la forme "plus A(x) est a, plus on est certain que B(x) est b" sont représentées dans le cadre de la théorie des possibilités à l'aide d'ensembles flous, et mises en oeuvre dans le système expert médical DIABETO [Bu 86].

## Références


[Ar 87] Arrazola, I., Plainfossé, A., Prade, H., Testemale, C. Analogical reasoning in fuzzy data bases. Proc. 2nd Inter. Fuzzy Systems Assoc. Cong., Tokyo, Japan, July 20-25, 1987.

[Be 69] Becker, J.D. The modelling of simple analogic and inductive processes in a semantic memory system. Proc. 1st Int. Joint Conf. Artif. Intelligence, Washington D.C. 1969, pp 655-668.

[Bo 83] Bourrelly, L., Chouraqui, E., Ricard, M. Formalisation of an approximate reasoning : The analogical reasoning. Proc. IFAC Symp. "Fuzzy Information, Knowledge Representation & Decision Analysis", Marseille (France), 19-21, July 1983, pp 135-141.

[Bu 86] Buisson, J.C., Farreny, H., Prade, H. Dealing with imprecision and uncertainty in the expert system DIABETO-III. Proc. 2nd Inter. Conf. on Artificial Intelligence (CIIAM-86), Marseille, Hermès (Paris), pp 705-721, 1986.

[Ch 81] Chouraqui, E. Contribution à l'étude théorique de la représentation des connaissances. Le système symbolique ARCHES. Thèse Doctorat d'Etat, Inst. Nat. Polytech. de Lorraine, Oct. 1981.

[Do 49] Dorolle, M. Le Raisonnement par Analogie. Bibli. Philo. Contemp., P.U.F., Paris, 1949

[Du 80] Dubois, D., Prade, H. Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications. Academic Press, New York, 1980.

[Du 85a] Dubois, D., Prade, H. Le traitement de l'imprécision et de l'incertitude dans les modèles de raisonnement des experts. In : Introduction aux Systèmes Experts de Gestion (C. Ernst, ed.), Eyrolles, Paris, pp 93-115, 1985.

[Du 85b] Dubois, D., Prade, H. (avec la collaboration de H. Farreny, R. Martin-Clouaire, C. Testemale). Théorie des Possibilités. Applications à la Représentation des Connaissances en Informatique. Masson, Paris, 1985.

[Fa 82] Farreny, H., Prade, H. About flexible matching and its use in analogical reasoning. Proc. European Conf. on Artificial Intelligence, Orsay, 11-14 July, 1982, pp 43-47.

[Pr 84] Prade, H. Analogie et flou. BUSEFAL (L.S.I., Univ. P. Sabatier, Toulouse) n° 18, pp 83-91, 1984.

[Pr 87] Prade, H. Some issues in approximate and plausible reasoning in the framework of a possibility theory-based approach. In : Matters of Intelligence, (L. Vaina, ed.) D. Reidel, Dordrecht, pp 263-287, 1987.

[Pr 85] Prade, H., Testemale, C. Data bases with fuzzy information and their summarization in the framework of possibility theory. Proc. 2nd IFAC/IFIP/IFORS/IEA Conf. on Analysis, Design, and Evaluation of Man-Machine Systems, Varese, Italy, Sept. 10-12, 1985, pp 171-175.

[St 86] Stanfill, C., Waltz, D. Toward memory-based reasoning. Communications of the ACM, Vol. 29, n° 12, pp 1213-1228, 1986.

[Tu 73] Turgut, M.F. An evaluation of computer simulated models of human problem solving. In Artificial & Human Thinking - Alick Elithorn, David Jones (Eds.) Elsevier 1973, pp 227-234.

[Za 78] Zadeh, L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets & Systems, Vol. 1, n° 1, pp 3-28, 1978.