

Henri Prade

Laboratoire "Langages et Systèmes Informatiques"
 Université Paul Sabatier
 118 route de Narbonne 31062 TOULOUSE CEDEX
 FRANCE

I - INTRODUCTION

La recherche en Intelligence Artificielle, dans son souci de reproduire sur ordinateur (et donc de mieux comprendre) le fonctionnement de certains des processus mentaux de l'esprit humain, commence à s'intéresser sérieusement au raisonnement approché et au raisonnement en langues naturelles. Dans ce cadre, le raisonnement par analogie semble mériter une attention particulière. En effet, comme l'écrit Polya [Po 45] - et comme beaucoup se plairont à le reconnaître avec lui - "Analogy pervades all our thinking, our everyday speech and our trivial conclusions as well as artistic ways of expression and the highest scientific achievements". Cependant, le raisonnement par analogie a été relativement peu étudié pour lui-même et comme le note Maurice Dorolle [Do 49], "Il est d'ailleurs bien rare que, malgré Aristote, l'analogie ne soit pas confondue avec l'idée plus ou moins vague de ressemblance". Les rares tentatives de formalisation (parmi lesquelles on peut citer celles de Dorolle [Do 49], de Polya [Po 45] & [Po 54] et de Hesse [He 63]) sont loin de permettre une mécanisation effective de ce type de raisonnement. Tout au plus, a-t-on vu ces dernières années en Intelligence Artificielle un certain nombre de travaux se rattacher à quelque idée intuitive de l'analogie, offrant au mieux des modèles de ce mode de raisonnement pour des cadres de problème restreints.

Si l'analogie imprègne profondément nos manières de raisonner, ce n'est pas le seul trait caractéristique de la pensée humaine à en croire Zadeh [Za 73] : "Indeed, the pervasiveness of fuzziness in human thought processes suggests that much of the logic behind human reasoning is not the traditional two-valued or even multi-valued logic, but a logic with fuzzy truths, fuzzy connectives and fuzzy rules of inference".

Quid donc du raisonnement analogique approché ?

II - FORMES GENERALES DU RAISONNEMENT PAR ANALOGIE

La forme générale d'un énoncé analogique, au sens où l'entendait déjà Aristote, peut être schématisée par ([Do 49]) :

α est à β ce que γ est à δ (1)
 (noté quelquefois $\alpha : \beta :: \gamma : \delta$)

Ce qui est posé dans (1), c'est à la fois une ressemblance (ou une identité) de rapports (et/ou de propriétés) et une mise en correspondance : γ est avec δ dans le même rapport que α avec β , ce qui met en correspondance α avec γ et β avec δ .

Exemple 1 : Roméo est à Juliette ce que Tristan est à Iseult.

* Cette note emprunte partiellement son contenu au texte d'une intervention aux Journées sur l'Analogie tenues à la Maison des Sciences de l'Homme à Paris en Février 1980.

Exemple 2 : L'identité formelle des deux équations différentielles bien connues $m\ddot{x} + a\dot{x} + kx = f_0 \cos \Omega t$ et $L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C} q = U_0 \cos \Omega t$ traduit la mise en correspondance (masse/inductance), (frottement visqueux/résistance), (raideur/capacitance), (force/tension électrique), (position/charge électrique), c.a.d. l'analogie mécanique/électricité.

N.B. : (1) peut ne comporter que trois termes distincts au lieu de quatre :

α est à β ce que β est à γ

on parle alors quelquefois d'analogie continue.

Exemple 3 : Le segment est au triangle ce que le triangle est au tétraèdre, en tant que polytopes dans des espaces de dimensions 1, 2 et 3 respectivement. Notons également que (2) ne traduit aucune forme de transitivité, (2) présuppose qu'il existe une relation entre α et β , qui tient aussi entre β et γ sans que pour autant α soit dans la même relation avec γ .

(1) est semblable à une proportion "géométrique" :

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \quad (3)$$

ou à l'égalité de deux différences "arithmétiques" :

$$\alpha - \beta = \gamma - \delta \quad (4)$$

mais ce n'est là qu'une analogie ! ... (supportée par le double sens du mot "rapport" : relation/quotient). (4) peut se lire : il y a la même différence entre α et β qu'entre γ et δ . Ce qui suggérerait qu'on peut échanger β et γ pour obtenir

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta} \quad (5)$$

$$\text{et } \alpha - \gamma = \beta - \delta \quad (6)$$

respectivement. Le sens d'une telle manipulation est plus délicat à définir pour (1) ; cependant, on admettra que l'énoncé de l'exemple 1 peut se transformer en "Dans l'analogie (Roméo, Juliette)/(Tristan/Iseult), Roméo est à Tristan ce que Juliette est à Iseult" ; le verbe être n'exprime plus alors une relation mais une mise en correspondance. Notons que (2) reste inchangé dans cette manipulation. Il y a entre (3) et (1) le passage du quantitatif au qualitatif (Cf. [Do 49]).

A partir de (1), le raisonnement par analogie peut prendre deux formes suivant qu'on s'intéresse aux termes de l'énoncé ou au rapport lui-même entre ces termes ([Do 49]).

Dans le premier type de raisonnement par analogie, on passe de γ , qui rappelle α , à un quatrième δ , qui rappelle β dont le rapport à α est connu. Pour reprendre l'image de la proportion géométrique, cela correspond à quelque chose comme une règle de trois : δ est égal à β modulé par la dissimilarité entre γ et α

$$\delta = \beta \cdot (\gamma/\alpha) \quad (7)$$

$$\text{ou } \delta = \beta + (\gamma - \alpha) \quad (8)$$

C'est l'idée d'une interpolation.

Exemple 4 : Le centre de gravité d'un triangle (α) est au point de rencontre de ses trois médianes (β) ; étant donné un tétraèdre (γ), où se trouve son centre de gravité ? Notant que le tétraèdre "rappelle" le triangle d'un certain point de vue, on infère par analogie que le centre de gravité du tétraèdre doit se trouver au point de concours des six plans médians (δ) du tétraèdre (cette conjecture affirme donc que ces six plans se rencontrent en un même point).

Exemple 5 : (β) est ce qu'on a à faire dans la situation (α), on se trouve en face de la situation (γ) qui rappelle par certains côtés (δ) ; par analogie, on peut inférer une action plausible (δ) pour faire face à (γ).

Dans le second type de raisonnement par analogie, on infère quel peut être la relation entre (γ) et (δ) (voire la structure qui lie (γ) à (δ)) sachant celle entre (α) et (β).

Exemple 5 : (Aristote ; cf. [Do 49]). Les mammifères aériens ont des poumons, de façon analogue, les poissons ont des branchies. Symboliquement : poumons : air :: branchies : eau. De quoi les Anciens inféraient que la respiration devait servir à refroidir le sang puisque c'est manifestement ce qui semblait se produire dans les branchies où l'eau et le sang sont en contact. Dorolle [Do 49] parle dans ce cas d'analogie de "fonctions".

Exemple 7 : Le point de concours des médianes (β), c'est le centre de gravité du triangle (α) ; par analogie, on infère, pour un tétraèdre (γ), que le point de concours des plans médians (δ) (dans la mesure où il existe) doit être le centre de gravité. Notons la différence de démarche dans les exemples 4 et 7.

Par ailleurs, il est connu que l'analogie peut servir de base à l'induction, à la formation de concept, à la classification. Considérons un exemple d'induction utilisé par Polya [Po 45].

Exemple 8 : Observant que la position du centre de gravité divise, pour un segment la distance entre ses extrémités dans le rapport 1 : 1, pour un triangle la distance entre un sommet et le milieu du côté opposé dans le rapport 2 : 1, pour un tétraèdre la distance entre un sommet et le centre de gravité de la face opposée dans le rapport 3 : 1, il est légitime de se poser la question de la généralisation, de l'extrapolation du résultat à l'ordre n.

Il est bien clair que l'inférence par analogie ne fournit en général que des conjectures qui restent à établir. Mais comme le dit Polya [Po 45] "It would be foolish to regard the plausibility of such conjectures as certainty, but it would be just as foolish, or even more foolish, to disregard such plausible conjectures". De plus, "An analogical conclusion from many parallel cases is stronger than one from fewer cases" (Polya [Po 45]).

Précisons la différence entre similarité et analogie : suivant Polya [Po 45] des objets, des systèmes sont similaires s'ils se ressemblent par certains points, ils sont analogues s'il existe des relations identiques (tout au moins similaires) entre certains de leurs constituants. Ce qu'exprime (1) sur des "instances" particulières. Quoique la différence entre les deux notions puisse être dans certains cas relativement ténue, des systèmes peuvent être analogues sans être similaires :

Exemple 9 : (Polya [Po 45]). Un rectangle est analogue à un parallélépipède en ce que les relations (de parallélisme et de perpendicularité) entre les côtés du rectangle sont similaires à celles entre les faces du parallélépipède.

Exemple 10 : Le chimiste qui expérimente de nouveaux médicaments sur les animaux afin d'en prévoir les effets sur l'homme, se base sur l'analogie entre le cobaye et l'homme.

La validité de l'inférence dépendra bien sûr de la validité de l'analogie. Plus précisément, la validité du raisonnement augmente avec le degré de similarité entre les aspects analogues des systèmes, mais (Cf. [He 63], [Tu 73]) la présence de dissimilarités ("négative analogues") importantes pour le point considéré peut invalider l'inférence tandis qu'enfin certains éléments, certaines relations des systèmes, sans rapport réel avec le point considéré sont sans effet ("neutral analogues") sur la validité du raisonnement.

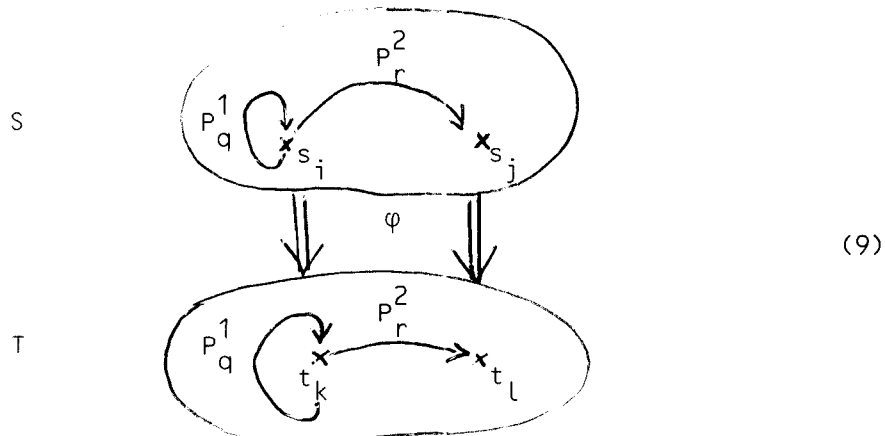
Il est cependant des cas où l'analogie peut prendre des formes précises (Polya [Po 45]) :

- Deux systèmes S et T d'"êtres mathématiques" sont tels que les relations entre leurs éléments sont gouvernées par les mêmes lois. C'est le cas notamment dans les exemples 2 et 9.
- Il y a une bijection entre les éléments de S et T qui préserve certaines relations ; on a affaire à un isomorphisme de structure.
- Il n'existe qu'un homomorphisme entre les éléments de S et T.

N.B. : Dans cette perspective, la théorie des catégories peut apparaître comme une "mathématisation" d'une certaine idée de l'analogie.

III - MODELES

L'analogie semble correspondre à la situation représentée sur le diagramme ci-dessous :



Deux systèmes S et T, chacun défini par la collection de ses constituants et la collection des prédicats connus comme satisfaits par ces constituants, seront déclarés analogues au sens de φ s'il existe une bijection φ entre les constituants s_j de S et les constituants t_k de T telle que si n constituants de S satisfont un prédicat n-aire P_r^n , leurs homologues, au sens de φ , dans T satisfont le même prédicat ou du moins un prédicat similaire. C'est l'identité ou du moins la ressemblance "sémantique" entre les prédicats satisfaits par les constituants des deux systèmes qui conduit à mettre en correspondance au travers de φ ces constituants et qui ainsi valide l'analogie définie par φ ; cette mise en correspondance n'est pas nécessairement unique.

Le raisonnement par analogie consiste alors à inférer que si un nouveau prédicat (qui n'a pas servi à établir l'analogie) est satisfait par des constituants de S, il doit l'être aussi pour les constituants de T qui leurs sont homologues par φ .

Polya [Po 54] a proposé un modèle 'logique' pour le raisonnement par analogie. A et B étant des propositions, il propose le schéma suivant d'inférence plausible. (Il ne pense pas cependant que l'idée d'analogie soit complètement définissable en termes de logique formelle).

	A analogue à B	
si de plus	<u>B est vrai</u>	(10)
alors	A devient <u>davantage crédible</u>	

Polya rattache ce schéma d'inférence à ce qui est selon lui le schéma de base du raisonnement plausible (à savoir étant donné que $A \rightarrow B$, si B est vrai, A ne peut devenir que plus crédible)* en interprétant "A est analogue à B" comme : il existe

* sans que pour autant ce gain en crédibilité soit en général quantifiable.

un implicatif commun H à A et B (c'est l'idée qu'il existe une généralisation H des propositions A et B , ou en d'autres termes que A et B ont un fondement commun). En effet,

si $H \rightarrow B$
 comme B est vrai
 alors H est davantage crédible
 mais $H \rightarrow A$
 donc on a aussi A davantage crédible

(La crédibilité de A ne peut augmenter moins que celle de H).

Toutefois, on peut remarquer qu'avec une autre définition de l'analogie (peut-être moins intuitive) on serait arrivé au même résultat. En effet, supposons que "A est analogue à B" veuille dire que A et B ont au moins une conséquence commune C :

Alors puisque $B \rightarrow C$
 que B est vrai
 par modus ponens C est vrai
 comme $A \rightarrow C$

utilisant l'inférence plausible de Polya, il vient encore :
 A est davantage crédible.

Ces deux "définitions" de l'analogie correspondent à des points de vue logiques différents ; notons que dans le premier cas on n'est pas sûr que H soit vrai alors qu'on est sûr que C est vrai dans le second cas ; cependant l'existence d'une conséquence commune est un lien moins étroit entre A et B que l'existence d'un fondement commun. Toutefois, l'existence d'une analogie entre A et B ne peut se résumer à l'éventualité de l'existence d'un H (ou à l'existence d'un C) puisqu'on pourrait toujours prendre $H = A \wedge B$ (ou $C = A \vee B$).

Considérons à nouveau un exemple pour illustrer en quoi le schéma (10) relève du raisonnement par analogie (il rappelle d'ailleurs quelque peu la règle de trois).

Exemple 11 : A : Jean participe au séminaire X
 B : Paul participe au séminaire X

Les propositions A et B sont analogues (non pas seulement en ce qu'elles sont formellement similaires) mais parce qu'il est supposé connu par ailleurs que Jean et Paul ont des préoccupations scientifiques similaires. L'analogie de leur comportement scientifique permet de penser qu'à partir du moment où B est vrai (Paul va effectivement au séminaire X), il est davantage crédible que A y aille aussi (dans la mesure où A n'a pas d'empêchement extérieur). Plus grande sera la similarité de leurs préoccupations, toutes choses égales par ailleurs, plus crédible sera "A est vrai".

IV - RAISONNEMENT PAR ANALOGIE ET INTELLIGENCE ARTIFICIELLE

Que le raisonnement par analogie puisse être digne d'intérêt pour l'Intelligence Artificielle, cela semble évident dès que par exemple on considère le lien entre analogie, induction et apprentissage ou bien encore quand on est tenté d'utiliser la stratégie "résoudre un problème analogue plus simple". Ainsi, le concept de "matching" qui permet le rapprochement de termes et l'évaluation de similarités voire d'analogies joue un rôle prépondérant en Intelligence Artificielle. Voir par exemple [Ha 78].

Malgré cela, le nombre de travaux dans ce domaine se réclamant explicitement de l'analogie reste relativement limité. Et encore ne font-ils qu'un usage restreint du concept d'analogie ou du moins l'appliquent-ils à des problèmes très particuliers. Passons-en quelques-uns rapidement en revue. Quelques autres sont seulement cités en référence.

Evans [Ev 68] a proposé un programme (devenu classique - et repris par Winston [Wi 77]) capable de satisfaire à un test d'intelligence type : sélectionner dans un ensemble donné la figure X qui complète une série de trois dessins géométriques A ,

B, C. Il faut que X soit à C ce que B est à A. Pour cela le programme construit des règles décrivant comment on passe de A à B, et de C à toutes les figures candidates, le "matching" de ces règles et des mesures de différence permettent de déterminer le bon X. Voir également Moore et Newell [Mo 73].

Becker [Be 69] utilise la notion d'analogie pour organiser l'information dans une mémoire sémantique. Les situations sont représentées comme des listes d'atomes ; une "analogie" entre deux situations S_1 et S_2 est vue comme une bijection M entre les atomes des deux listes correspondantes ; de plus la mise en correspondance de deux atomes non-identiques n_1 et n_2 doit être justifiée à partir d'une information extérieure (plus précisément, il doit exister par ailleurs deux situations Σ_1 et Σ_2 comportant respectivement les atomes n_1 et n_2 qui sont analogues si on admet l'identification de n_1 et de n_2). Une telle définition de l'analogie est récursive. L'auteur propose d'utiliser l'analogie pour générer l'action A_2 dans une situation S_2 analogue à une autre situation S_1 pour laquelle l'action A_1 à opérer est connue par une règle de production ; symboliquement

$$\begin{array}{ccc} \text{situation donnée :} & \begin{array}{ccc} S_2 & & A_2 \\ \downarrow M & & \uparrow M^{-1} \\ S_1 & \longrightarrow & A_1 \end{array} & (11) \\ \text{règle existante :} & & \end{array}$$

Cependant, l'auteur utilise l'analogie dans un but sensiblement différent : la "généralisation à partir de cas" afin d'organiser et de compresser l'information en mémoire.

Kling [Kl 71] a implémenté un système nommé ZORBA-1 qui permet de guider la démonstration par QA3 d'un nouveau théorème T' grâce à une analogie avec la démonstration déjà connue d'un théorème déjà prouvé T , ceci afin de limiter le nombre de clauses générées. L'analogie est une correspondance au niveau des prédicats, au niveau des clauses et au niveau des variables. ZORBA-1 est guidé par un modèle sémantique ("semantic template") de la base d'axiomes afin d'y rechercher des clauses analogues à celles figurant dans la preuve de T . Le système a été testé en algèbre. L'idée d'utiliser un module de raisonnement par analogie pour guider un résolveur de problèmes en lui proposant des objectifs partiels, a été plus récemment explorée par Chen et Findler [Ch 79].

Mc Dermott [Mc 79] a implémenté le système de production ANA qui face à une tâche pour laquelle il n'a pas de méthode toute prête, met en correspondance la description de cette tâche avec celle d'une tâche pour laquelle il connaît déjà une méthode. Au lieu d'exécuter les actions prescrites dans cette méthode, il exécute des actions que lui dicte la correspondance. Si au cours de ce processus l'analogie se heurte à une difficulté, ANA essaie d'adapter la méthode transposée en recherchant la cause de la difficulté, ceci afin de déterminer s'il y a lieu de réaliser une tâche intermédiaire qui supprimerait l'empêchement.

Récemment Bourrelly, Chouraqui et Ricard [Bo 83] ont proposé et implémenté une formalisation du raisonnement par analogie. Leur modèle est basé sur le schéma suivant :

L'information A concernant le système S ressemble à l'information C concernant le système T
 OR L'information B concernant S dépend de l'information A concernant S
 DONC L'information D concernant T, qui ressemble à B, est inférée.

Par exemple, A : la situation de Marseille est côtière et sa latitude est moyenne.

B : le climat de Marseille est tempéré

C : la situation de Rome est côtière et sa latitude est moyenne

D : le climat de Rome est tempéré.

est de la forme " $X_1(T)$ est A'_1 et $X_2(T)$ est A'_2 ".

La dépendance, qui peut n'être qu'approximative, entre climat et situation et latitude, est décrite par la règle : "Si la situation est au bord de la mer et la latitude est moyenne, alors le climat est tempéré" qui est de la forme :

si X_1 est A_1 et X_2 est A_2 , alors Y est B .

Plus généralement, un schéma de raisonnement par analogie prenant en compte le flou pourrait être dans cette perspective

$$\begin{array}{l} \text{si } X \text{ est } A, \text{ alors } Y \text{ est } B \\ \hline X' \text{ est } A' \qquad \qquad \qquad Y' \text{ est } B' \end{array} \quad (14)$$

où X et Y font partie des variables décrivant le système S tandis que les variables X' et Y' concernent le système T . Plus généralement X est A (resp. X' est A') peuvent être remplacés par X_1 est A_1 et ... et X_n est A_n (resp. X' est A'_1 et ... et X'_n est A'_n). Ici l'analogie entre S et T (qui doit être justifiée par ailleurs) conduit à supposer que la relation entre Y' et les X'_i est la même que celle entre Y et les X_i , partiellement décrite par la règle "si X est A , alors Y est B ".

Notons que la spécificité du raisonnement par analogie réside dans le rapprochement de deux situations singulières plutôt que dans le rapprochement d'une situation avec un schéma d'inférence contenant des variables tel que les règles de production utilisées dans nombre de systèmes experts en Intelligence Artificielle.

BIBLIOGRAPHIE

- [Be 69] - Becker, J.D. The modelling of simple analogic and inductive processes in a semantic memory system. Proc. 1st Int. Joint Conf. Artif. Intelligence, Washington D.C. 1969, pp. 655-668.
- [Bo 83] - Bourrelly, L., Chouraqui, E., Ricard, M. Formalisation of an approximate reasoning : The analogical reasoning. Proc. IFAC Symp. "Fuzzy Information, Knowledge Representation & Decision Analysis", Marseille (France), 19-21 July 1983, pp. 135-141.
- [Ca 80] - Cayrol, M., Farreny, H., Prade, H. Fuzzy pattern matching. Kybernetes, Vol. 11, pp. 103-116, 1982.
- [Ch 77] - Chen, D.T., Findler, N.V. Towards analogical reasoning in problem solving by computers. J. of Cybernetics, Vol. 9, n° 4, pp. 369-397, 1979.
- [Do 49] - Dorolle, M. Le Raisonnement par Analogie. Bibli. Philo. Contemp., P.U.F., Paris, 1949, 192 p.
- [Du 80] - Dubois, D., Prade, H. Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications. Academic Press, New York, 1980.
- [Ev 68] - Evans, T.G. A heuristic program to solve geometric analogy problems. In Semantic Information Processing - M. Minsky (Ed.), M.I.T. Press, Cambridge, Ma 1968.
- [Fa 82] - Farreny, H., Prade, H. About flexible matching and its use in analogical reasoning. Proc. European Conf. on Artificial Intelligence, Orsay, 11-14 July, 1982, pp. 43-47.
- [Ha 78] - Hayes-Roth, F. The role of partial and best matches in knowledge systems. In "Pattern-Directed Inference Systems" (Waterman, Hayes-Roth, Eds.), pp. 557-574, Academic Press, 1978.
- [He 63] - Hesse, M. Models and Analogies in Science. Sheed & Ward, London and New York 1963.

- [Kl 71] - Kling, R.E. A paradigm for reasoning by analogy. Proc. 2nd Int. Joint Conf. Artif. Intelligence, London, Sept. 1971, pp. 568-585. Also in Artificial Intelligence, Vol. 2, pp. 147-178, 1971.
- [Mc 79] - Mc Dermott, J. Learning to use analogies. Proc. 6th Int. Joint Conf. Artificial Intelligence, Tokyo, Aug. 1979, pp. 568-576.
- [Mo 73] - Moore, J., Newell, A. How can Merlin understand ? in Knowledge and Cognition- L. Gregg (Ed.), Lawrence Erlbaum Associates, Potomac, Maryland, 1973, pp. 201-252.
- [Po 45] - Polya, G. How to Solve It, A New Aspect of Mathematical Method. Princeton University Press, N.J. 1ère édition 1945, 2ème édition 1957.
- [Po 54] - Polya, G. Mathematics and Plausible Reasoning. Vol. II : Patterns of Plausible Inference. Princeton University Press, N.J. 1ère édition 1954, 2ème édition 1968.
- [Pr 83] - Prade, H. Quantitative methods in approximate and plausible reasoning : The state of the art. Tutorial session, IFAC Symposium "Fuzzy Information, Knowledge Representation and Decision Analysis", Marseille, 18 July 1983.
- [Tu 73] - Turgut, M.F. An evaluation of computer simulated models of human problem solving. In Artificial & Human Thinking - Alick Elithorn, David Jones (Eds.) Elsevier 1973, pp. 227-234.
- [Wi 77] - Winston, P.H. Artificial Intelligence. Addison Wesley, 1977.
- [Za 73] - Zadeh, L.A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. IEEE Trans. S.M.C., Vol. 3, pp. 28-44. 1973.
- [Za 79] - Zadeh, L.A. A theory of approximate reasoning. In Machine Intelligence, Vol. 9 - J.E. Hayes, D. Michie, L.I. Mikulich (Eds.), pp. 149-194, 1979.